



# PODPORA PROFESNÍHO ROZVOJE UČITELŮ V POČÁTEČNÍM VZDĚLÁVÁNÍ



## *Klíčová aktivita 01*

Příprava budoucích lektorů pro další vzdělávání  
pedagogických pracovníků

# MATEMATICKÉ MYŠLENÍ V ÚLOHÁCH PRO DĚTI PŘEDŠKOLNÍHO VĚKU

Mgr. Jiří Henzl

Mgr. Ivana Hotová



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

UNIVERZITA  
J. E. PURKYNĚ  
V ÚSTÍ NAD LABEM



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Obsah

1	Schopnosti předškolního dítěte v utváření matematických představ.....	3
1.1	Poznávací schopnosti, pozorování, vnímání, představivost a fantazie.....	5
1.2	Myšlení, logické myšlení a matematické myšlení, myšlenkové operace .....	7
1.3	Lateralita, činnosti jednotlivých hemisfér mozku .....	10
1.4	Kognitivní vývoj dítěte .....	12
1.5	Mentální mapy.....	16
2	Matematické vzdělávání v předškolním věku .....	18
2.1	Matematika jako věda.....	20
2.2	Oblíbenost a výsledky českých žáků v matematice.....	21
2.3	Matematika v předškolním vzdělávání .....	22
2.4	Matematika v RVP PV.....	23
3	Konkrétní způsoby budování matematických představ v předškolním věku .....	27
3.1	Kvantita – přirozená čísla do deseti.....	28
3.2	Orientace v prostoru, vztahy mezi objekty v prostoru a v rovině .....	31
3.3	Vytváření skupin předmětů, vztahy mezi nimi, operace s nimi .....	33
3.4	Vztahy mezi prvky skupin předmětů – třídění, uspořádání, přiřazování.....	35
4	Didaktika matematiky.....	38
4.1	Principy v didaktice matematiky .....	39
4.2	Didaktický konstruktivismus.....	40
4.3	Montessori pedagogika .....	41
4.4	Další přístupy alternativních škol – Waldorfská škola .....	43
4.5	Ukázky používání moderních didaktických metod při budování matematických představ u předškoláků.....	44
5	Další metody rozvoje kognice .....	56
5.1	Hra, didaktická hra.....	57
5.2	Kladení otázek.....	59
5.3	Práce s chybou.....	60
5.4	Heuristika, objevování .....	61
5.5	Divergentní myšlení.....	61

## 1 Schopnosti předškolního dítěte v utváření matematických představ



Na základě svých zkušeností i znalostí zkuste vysvětlit pojmy pozorování, vnímání, představivost a fantazie, uveďte příklad aktivity těchto pojmů u dětí předškolního věku.



Co je to myšlení? Uměli byste formulovat jeho vlastnosti? Co je to inteligence, učení, kreativita? Můžete použít doporučenou literaturu nebo jiné informační zdroje.



Co je to myšlenková mapa? Pracujete s ní? Lze ji využít při práci s dětmi, při budování jejich matematických představ?



## Osnova kapitoly

- 1.1. Poznávací schopnosti, pozorování, vnímání, představivost a fantazie
- 1.2. Pojem myšlení, logické a matematické myšlení, myšlenkové operace
- 1.3. Lateralita, činnosti jednotlivých hemisfér mozku
- 1.4. Vývojová období dítěte předškolního věku v oblasti kognitivních schopností
- 1.5. Mentální mapování, možnosti jeho využití



### Cíle kapitoly

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- definovat pojmy pozorování, vnímání, představivost a fantazie;
- tyto procesy vysvětlit a uvést příklady v předškolním vzdělávání;
- vymyslet příklady procesů v budování matematických představ u předškoláků;
- vysvětlit odlišnost myšlení od ostatních poznávacích schopností;
- charakterizovat úroveň myšlení pro předškolní vzdělávání, především v matematických schopnostech;
- vysvětlit činnost hemisfér, rozpoznat zapojení hemisfér při hře dítěte;
- vytvořit mentální mapu, využít tuto metodu v obrázkové podobě a naučit ji předškoláky.



**8 hodin**

## 1.1 Poznávací schopnosti, pozorování, vnímání, představivost a fantazie

**Poznávací schopnost** je nejčastěji definována jako vlastnost osobnosti nebo její předpoklad poznávat okolní realitu. Samozřejmě je dána svojí mírou, tedy mezemi tohoto poznání. Závisí na povahových vlastnostech, motivaci, trénovanosti a samozřejmě na věku. Poznávací schopnosti jsou v předškolním období značně omezené.

**Vnímání** (též **percepce**) zachycuje to, co v daný okamžik působí na smysly, informuje o vnějším i vnitřním světě. Vnímání je subjektivním odrazem objektivní reality v našem vědomí prostřednictvím receptorů. Umožňuje základní orientaci v prostředí, respektive v aktuální situaci. Čím více smyslů zapojíme, vnímání je intenzivnější. **Vnímání** patří mezi kognitivní psychické procesy. Výsledky vnímání jsou počítka a vjemy.

**Počítka** je nejjednodušším elementem našeho vnímání a je základním materiálem pro složitější procesy. Jedná se o výsledný prvek jednoho smyslu, tvoří obraz jednoho znaku vnímaného předmětu. Výsledkem většího množství počítků je **vjem**. Při zpracování počítků do větších celků se uplatňuje i myšlení, takže výsledný vjem je více než suma jednotlivých částí – synergie.

**Vjem** = výsledek vnímání, obraz předmětu nebo procesu jako celku, výsledek syntetického procesu. Naše vnímání je významně ovlivněno zkušenostmi, pamětí, myšlením, psychickými vlastnostmi (temperamentem, intelektem, ...), psychickými procesy (pozorností, stupněm aktivace) a předpoklady: plánovitost, cílevědomost, aktivita osobnosti (nemoc či únava snižují aktivitu).

### Druhy vnímání

- a) prostoru – tvar, velikost, vzdálenost, umístění ve směru
- b) času – délka trvání časového úseku
- c) pohybu – vnímání zrakem je doprovázeno pohybem očí, hlavy
- d) sociální – termín sociální percepce

**Vnímání** bývá v předškolním věku již dostatečně vyvinuto, pokud podnět upoutá pozornost dítěte. Děti dokážou rozlišit hmatem tvary, zrakem poznávají všechny barvy, sluchem dokážou určit zdroje zvuků. V tomto věku doplňuje mezery ve vnímání ještě fantazie. Celý předškolní věk však dětem dělají potíže časové vztahy (dnes, včera, zítra). Dle M. Vágnerové (2007) je časové určení pro děti nedůležité až obtěžující. Děti nespěchají, a proto je pro ně důležitá především přítomnost (čas spánku, čas oběda atd.). Problémem pro děti je také určení vztahu vpravo–vlevo. Cvičením lze schopnost zlepšit.



## Vnímání čísel a krátkodobá numerická paměť

Zkusíme si, kolik čísel jsme schopni vnímat a krátkodobě si pamatovat při auditivním či vizuálním druhu podnětu.

**Pozorování** by se dalo obecně definovat jako smyslová percepce okolního světa, tedy jakýsi proces cíleného vnímání. Je to cílevědomé, soustavné a plánovité vnímání jevů a procesů, které směřuje k odhalení podstatných souvislostí a vztahů sledované skutečnosti.

**Představivost** je psychický děj, který vede ke vzniku **pamětních představ**. Ty jsou mentálními reprezentacemi dřívějšího vjemu, jejich oslabenou kopií. **Představa** – výsledek představivosti. Představy mají tendenci se spolu **asociovat** (propojovat) a při vybavování pak často naskočí nejen ta aktuální představa, ale i další, které jsou s tou původní **propojeny**.

**Představivost** je schopnost organismu vybavovat do vědomí to, co jsme kdysi vnímali nebo v takové podobě nikdy nevnímali.

### Typy představ:

- **zrakové** (obrazy, fotografie, ...)
- **sluchové** (písně, zvuky, ...)
- **pohybové** (tanec, nezvyklý pohyb, ...)
- **chuťové**

Nejen děti, ale i dospělí mají zkušenost s falešnými představami. Například dopravní značku hlavní silnice by dost lidí označilo jako kosočtverec, i když je to čtverec „postavený na špičku“ (Melichar 2003). Díky představivosti si děti osvojují pojmy. Pojmy si děti osvojují na základě představ a typických (a posléze zvláštních) kvalit, znaků, společných vlastností, které jsou typické pro určitý pojem. Nejčastěji děti vnímají a později umí vysvětlit pojem pomocí takzvané aristotelské definice. V té pojem definujeme pomocí pojmu nadřazeného (v matematice pomocí nadmnožiny) a uvedením odlišností od ostatních pojmů tohoto nadřazeného pojmu. Například čepice je druh oblečení, který zakrývá hlavu kromě obličeje.

M. Hejný uvádí, že matematické (i jiné) pojmy učitel nesmí dětem předkládat, děti musí princip pojmu objevit a následně zvnitřnit (Hejný 2009). Podobně J. Melichar uvádí, že velkou chybou je, že se snažíme dětem pojem definovat, přesně jej popsat a nenecháme představu u dítěte dozrát (Melichar 2009).

Pojem **fantazie** pochází z řeckého fantasma, což znamená obraz, vidění či přelud – odtud obrazotvornost. Fantazie je děj, jehož výsledkem jsou **fantazijní představy**. Ty nejsou nikdy pouhou reprodukcí vjemů, naopak obsahují vždy něco **nového, pozměněného**.

### **Funkce fantazie**

- **Primární funkce** – emancipace od objektivní reality (může mít i formu úniku z nepříznivých okolností).
- **Sekundární funkce** – vytváření alternativního modelu vnějšího světa.
- **Imaginace při rozhodování.** Člověk si představí všechny alternativy a následně se rozhodne.

**Představy a fantazie** se zvyšují podle kvality paměti, pozornosti, emočního prožívání a schopností. Představy jsou čím dál více přesnější, a to především u věcí, se kterými se děti často setkávají. O. Čačka uvádí, že dominantní je zde fantazie, kterou využíváme v námětových hrách (Čačka 2009).

Zákonitostmi vnímání se zabýval zvláště gestaltismus neboli tvarová psychologie. Právě gestaltisté byli zastánci toho, že celek je víc než jen souhrn částí. Mezi celkem a částmi existuje specifický vztah. Celek vytváří tzv. Gestalt (tvar), jehož uspořádání podléhá určitým pravidlům – Gestalt zákonům.

Nejdůležitějším Gestalt zákonem je

- **zákon pregnantnosti** (směřuje vždy k co nejjednoduššímu uspořádání prvků do jednoznačně definovatelného celku);
- **zákon doplnění dobrého tvaru;**
- **zákon uzavřenosti;**
- **zákon blízkosti** (části lokalizované blízko sebe mají tendenci se ve vjemu spojovat a vytvářet celek);
- **zákon figury a pozadí** (rozdělení vjemového pole na dominantní obrazec = figuru a pozadí).



#### **Gestalt psychologie a optické klamy**

Poznejte jednotlivé zákony Gestalt psychologie a druhy optických klamů v představené prezentaci.

## **1.2 Myšlení, logické myšlení a matematické myšlení, myšlenkové operace**

Myšlení je poznávací proces, jehož předmětem zkoumání je realita, ale na rozdíl od vnímání již nepracuje přímo s reálnými podněty, ale dosazuje si za ně objekty, které realitu pouze zprostředkovávají, zastupují. Podkladem je pak vnímání a představy, myšlení tedy pracuje se zkušeností. Myšlení umožňuje řídit praktickou činnost, odhaluje souvislosti a dokonce umožňuje předvídat děj. Myšlení vždy znamená řešení nějaké úlohy na základě již dosažených poznatků, z nichž člověk vyvozuje určité závěry.

Základními kameny, s kterými myšlení pracuje, jsou pojmy. To jsou odrazy reálných předmětů a jevů ve vědomí člověka. Pokud chceme pojmy komunikací předat, vyjadřujeme je slovy (jedním či několika). I když některé pojmy neumíme slovem vyjádřit, naše mysl vždy pracuje s pojmy. Pracujeme s pojmy, které vyjadřují konkrétní reálné předměty (tato kniha, Pavel, můj pes), nebo s pojmy abstraktními (válka, láska, pravidelný čtyřboký jehlan). Pojmy mohou mít jednoho reprezentanta (rozhledna Větruše) nebo zahrnují celou množinu předmětů stejné vlastnosti (příznivci Činoherního studia), popřípadě prázdné pojmy (volně žijící ústeční velbloudi).



### Definování pojmů

Pracujte ve dvojicích. Uveďte tři pojmy:

- a) konkrétní věci (např. stůl);
- b) zobecněné skupiny konkrétních prvků (např. muž);
- c) abstraktního pojmu (např. láska).

Pojmy zadejte kolegovi k definování. Ve dvojici obměňte své role. Uvedl někdo z vás pojem související s matematikou?

Naše mysl umí pojmy nejen vytvářet a definovat, ale také je hodnotit, soudit, vytvářet vztahy mezi pojmy – tedy vytvářet soudy, např. žirafy jsou krásná a vysoká zvířata. Soud může být výsledkem pouze jediného procesu, a to myšlení. Podle toho, jak se soudy shodují s objektivní realitou (poznávanou smysly) nebo s konsenzuálním názorem (tedy soudy ostatních myslí), mluvíme o pravdivých či nepravdivých soudech.



### Výroková logika

Uveďte příklady:

- d) jednoduchého výroku;
- e) negace výroku;
- f) složeného výroku ve tvaru konjunkce;
- g) složeného výroku ve tvaru disjunkce;
- h) složeného výroku ve tvaru implikace;
- i) složeného výroku ve tvaru ekvivalence.

práce ve velké skupině

Třetí úroveň jsou úsudky. Na základě dvou či více soudů pak pomocí úsudků vytvoříme soud úplně nový. Tedy ze dvou či více myšlenek vznikne myšlenka úplně nová. Verifikací pravdivosti soudů již není sama realita, ale splnění formálně správných pravidel usuzování. Vytvořením systému těchto pravidel vzniká logika.





## Sylogismy

Pokud se vám zdá závěr třetího výroku správný, označte ho slovem ANO, v opačném případě NE. Na vypracování každé z úloh máte k dispozici jen 20 sekund.

1. Všechny žáby jsou modré. Tento kůň je modrý. Proto je tento kůň žába.
2. Všichni žáci jsou ryby. Někteří žáci jsou mloci. Proto někteří mloci jsou ryby.
3. Některé mraky mají černé body. Černé body mají všechny domy. Proto některé mraky jsou domy.
4. Všechny myši jsou hranaté. Všechno hranaté je modré. Proto všechny myši jsou modré.
5. Všechny ovce jsou sloni. Někteří sloni jsou čápi. Proto všechny ovce jsou čápi.
6. Někteří lidé, kteří mají rádi Alici, nemají rádi Roberta. Proto lidé, kteří mají rádi Roberta, nemají rádi Alici.
7. Někteří psi rádi recitují básně. Všichni psi jsou laviny. Proto některé laviny rády recitují básně.
8. Nikdo s červeným nosem nemůže být premiérem. Všichni muži mají červené nosy. Proto žádný muž nemůže být premiérem.
9. Všichni jezevci jsou sběratelé umění. Někteří sběratelé umění žijí v norách. Proto někteří jezevci žijí v norách.
10. Nikdo s fialovými vlasy není mladý. Někteří lidé, kteří mají fialové vlasy, pijí mléko. Proto někteří lidé, kteří pijí mléko, nejsou mladí.

Autorem testu je Alan Gintel. Převzato z několika serverů na internetu, např. <http://svjet.sweb.cz/testlm.html> bez uvedení původního zdroje.

práce ve velké skupině

Usuzování probíhá několika možnými způsoby:

**Abstrakce** = myšlenkové vzdalování se od skutečnosti na základě podstatných souvislostí. Matematika je celá založena na abstrakci. Vzniká z potřeb přírodní nebo společenské praxe.

**Klasifikace** = zařazení jednotlivých předmětů nebo jevů na základě jim vlastních obecných znaků pod obecnější pojmy.

**Třídění** = rozdělení do tříd se společnými znaky.

**Dedukce** = je podobně jako abstrakce základním matematickým nástrojem. Jde o aplikace odvozených zákonů v konkrétní praxi.

**Indukce** = je ve výuce matematiky méně používána než dedukce, přesto ji při žákovském objevování matematických principů najdeme.

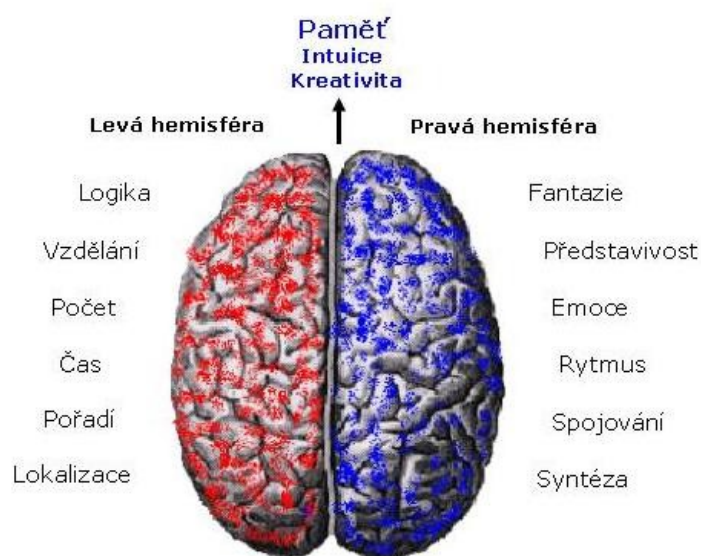
### 1.3 Lateralita, činnosti jednotlivých hemisfér mozku

Výkon a způsob myšlení závisí na činnosti orgánu, který myšlení zajišťuje, tedy mozku. Ten má duální povahu, ve fyzickém smyslu je rozdělen na dvě hemisféry. Ty jsou velice samostatně pracující, každá má svoji specializaci. Koordinace činnosti obou hemisfér je klíčová pro intelektuální výkon mozku.

Levá polovina mozku rozděluje informace na jednotlivé části, aby je mohla analyzovat a logicky seřazovat. Je zodpovědná za analytické myšlení, logiku, jazyk, čísla, data, míry, čas.

Pravá polovina mozku vnímá svět jako celek a dokáže rychle uchopit realitu v její celistvosti. Je zodpovědná za tvořivost, intuici, umění, emoce, fantazii.

Školní vzdělávání (a matematika obzvláště) je zaměřeno na levou hemisféru, na logiku, analýzu, slovní vyjadřování; pravá hemisféra je opomíjena. Matematika je prototypem levohemisférového myšlení, přesto i zde bychom měli najít prvky, kde je možné zapojit i hemisféru pravou. Harmonie matematiky, intuice, originalita nám k tomu dává prostor. Příkladem je heuristická strategie. Principem není znalost nějakého algoritmu, ale mít dobrý nápad, psychologickým slovníkem, vhled. Heuristické strategie jsou velice málo popsány. Víme, že nápady se nerodí úplně na zelené louce, jsou založeny na minulých zkušenostech a dříve získaných znalostech.



#### Test tanečnice

Otáčí se podle vás tanečnice po směru, nebo proti směru hodinových ručiček?

Otevřený internetový zdroj bez uvedení původního zdroje  
<http://kineziologie.celistvost.info/?do=test-hemisferě>





### Jaký styl učení máte vy a vaši žáci?

Přečtěte si následující tvrzení a zakroužkujte ta, která vás lépe charakterizují. Rozhodujte se rychle a důvěřujte svým prvním pocitům. Na konci testu naleznete klíč pro vyhodnocení. Může se stát, že zjistíte, že se nacházíte někde mezi oběma styly.

1. Nedělá mi problém se rozhodnout.
2. Problémy nebo třeba obrázky vnímám jako celek. Méně vnímám jejich detaily.
3. Nejraději pracuji podle psaných instrukcí. Rád píšu a čtu.
4. Často myslím na několik věcí najednou, místo abych si promyslel/a nejprve jednu věc a pak druhou.
5. Většinou si jsem vědom/a, kolik je hodin a jaké jsou mé naplánované povinnosti a termíny.
6. Když někoho potkám poprvé, nejvíce se soustředím na jeho/její tvář. Jméno obvykle zapomenou, ale tvář si pamatuji.
7. Věřím, že pomocí rozumu se dá téměř vše vyřešit.
8. Když porovnávám věci, většinou si víc všímám, čím jsou si podobné, než v čem se odlišují.
9. Raději vyplňuji test, než píšu eseje.
10. Většinu času používám svoji fantazii a přemýšlím v abstraktních pojmech.
11. Když mám problém, snažím si rozložit si ho do menších zvládnutelných částí.
12. Nejlépe se učím, když mohu sledovat ukázkou něčeho „naživo“ nebo číst instrukce.
13. Obecně jsem raději, když mám situace pod kontrolou a příliš neriskuji.
14. Mám raději otevřené otázky a úkoly, kde se mohu svobodně projevit, než uzavřené a tzv. s jedním správným řešením.
15. Nejlépe se učím, když věci vidím a slyším.
16. Nejlépe se učím, když můžu něco prožít nebo si něco „osahat“.
17. Většinou přemýšlím o věcech v konkrétních představách a řeším problémy krok za krokem.
18. Když si chci zapamatovat nějakou informaci, většinou si ji představím.
19. Přestože se někdy rozzlobím, myslím, že jsem racionální osoba.
20. Nevadí mi si některé nezvyklé věci otestovat, riskuji, když je to nutné.
21. Občas sám/sama k sobě mluvím, když si potřebuji něco promyslet nebo se něco naučit.
22. Nechávám se občas zaplavit svými emocemi. Druzí o mně říkají, že jsem emocionálně založený/á.
23. Problémy řeším spíše racionálně než intuitivně.
24. Lidé o mně říkají, že jsem kreativní.
25. Rád/a si věci plánuji a vím dlouho dopředu, co se bude dít.
26. Rád/a se chovám spontánně.
27. Rád/a přemýšlím v jeden okamžik jen o jedné věci.
28. Snadno si zapamatuji různé melodie.
29. Většinou mám své city pod kontrolou.
30. Jsem dobrý/á v geometrii a v zeměpise.

31. Většinou si snadno vybavím informaci, kterou potřebuji.
32. Rád/a čtu a píšu poezii.
33. Umím se doopravdy soustředit, když chci.
34. Když pracuji ve skupině, snadno vycítím náladu ostatních.
35. Rozumím matematice a matematické uvažování je mi blízké.
36. Když řeším nějaký problém nebo vyplňuji test, spoléhám na nějaké klíčové vodítko, které mi pomáhá, abych dospěl/a k závěru.
37. Snadno se učím nová slovíčka.
38. Když pořádám party, neplánuji ji do všech detailů. Nechávám věcem volný průběh.
39. Většinou se snadno učím, od jakéhokoliv učitele.
40. V hodinách si většinou jsem vědom/a, co každý spolužák dělá.
41. Všímám si detailů a pamatuji si je.
42. Snadno vidím celý obrázek puzzle, i když mám jen pár kousků zapojených.
43. Nevadí mi si některé informace při učení několikrát zopakovat.
44. Daleko lépe komunikuji s lidmi v osobním styku než po telefonu.
45. Pamatuji si vtipy a citáty.
46. Mám problémy se soustředit ve chvílích, kdy by to bylo vhodné.
47. Umím napsat instrukce v jasném a logickém sledu.
48. Někdy se při rozhodování soustředím na svou intuici.
49. Mám každodenní rutinu, kterou téměř stále dodržuji.
50. Někdy si pamatuji věci podle toho, kde jsem je viděl/a na stránce.

**Klíč pro vyhodnocení:**

- Lichá čísla odpovídají levohemisférickému stylu učení.
- Sudá čísla odpovídají pravohemisférickému stylu učení.

Podle svých odpovědí můžete zjistit, která z vašich mozkových hemisfér je pravděpodobně dominantnější.

---

## 1.4 Kognitivní vývoj dítěte

Proces myšlení není neměnný, ale proměňuje se jak ve vývoji lidské společnosti, tak i ve vývoji jedince. Některé kognitivní schopnosti vznikají až na určitém stupni vývoje myšlení. Čas nástupu těchto schopností není ovlivnitelný vůlí jedince, ani jeho okolím. Obsah a metody výuky ovlivňují dva faktory:

1. Co chceme děti naučit – cílové kompetence,
2. Co jsou děti schopné se naučit – vstupní kompetence.

Zvláště v oblasti matematiky je druhé kritérium důležité. Matematika nevyžaduje pouze paměť a běžné myšlenkové operace, ale vyžaduje poměrně vyspělé deduktivní a induktivní myšlení a vysoký stupeň abstrakce.

Zakladatel vývojové psychologie Jean Piaget charakterizuje základní období vývoje jedince takto:

1. **Senzo-motorické období:** 0–1,5 (2) roky. Koordinace sensorických a motorických aktivit. Smyslový a fyzický kontakt;
2. **Pojmové a symbolické období:** 2–4 roky. Užívání jazyka a jeho symbolů. Egocentrický pohled na svět;
3. **Období názorového myšlení:** 4–7 (8) let. Předlogický systém uvažování. Intuitivní používání pojmů, usuzování vázáno na vnímání. Antropomorfické myšlení;
4. **Období konkrétních operací:** 8–12 let. Logickými operacemi řeší konkrétní problémy;
5. **Období formálních operací:** 12–20 let. Užití abstraktních hypotetických systémů.

I když moderní psychologie některé Piagetovy názory vyvrátila, toto základní dělení přetrvává. Z Piagetem stanovených vývojových stádií nás pro naši pedagogickou činnost a z hlediska kognitivních faktorů uplatnitelných v matematice zajímá následující:

#### **Část období názorového myšlení – intuitivní stádium (4–7 nebo 8 let)**

- důležitými procesy v tomto stadiu jsou řeč, tvoření představ a jednodušší myšlení;
- mentální reprezentace objektů se tvoří pomocí představ a slov;
- myšlení dítěte je z kognitivního hlediska egocentrické, nedokáže se na problém podívat z pozice druhého člověka;
- dítě ještě plně nechápe určitá pravidla činnosti, určité operace, zejména operace zvrátané, reverzibilní;
- dokáže třídit objekty, ale převážně podle jedné charakteristiky a pouze to, co právě vnímá (názorné myšlení);
- centrace: dítě zacentruje pozornost pouze na jeden znak, druhý si už neuvědomuje (neschopnost uvědomovat si množství při změně tvaru).

Z hlediska pedagogického vyčleňujeme období dle školní docházky na předškolní věk, mladší školní věk a starší školní věk. Pro nás jsou nejdůležitější ty první dva.

---

## 1.4.1 Předškolní věk

Nejvíce nás zajímají kognitivní schopnosti pro matematiku.

### **Základní matematické představy**

Dobrý rozvoj motoriky, grafomotoriky, zrakového i sluchového vnímání, vnímání prostoru a času i rozvoj řeči umožňují také vývoj matematických představ. Nejprve se buduje základ předčíselných představ, které jsou základem k pochopení matematických pojmů, symbolů a vztahů mezi nimi. Dítě si osvojuje pravidla, podle kterých předměty porovnává, třídí, řadí, dokáže tvořit skupiny podle pravidel. Na podkladě předčíselných představ se pak budují číselné představy. Dítě se učí určovat množství, chápat číselnou řadu (nejen její jmenování) a později pochopí i číselné operace (Bednářová, Šmardová 2007).

**Porovnávání, pojmy, vztahy:** Pochopení pojmů *malý–velký, hodně–málo, všechny, krátký–dlouhý, nízký–vysoký, prázdný–plný, stejně, menší–větší, kratší–delší, nižší–vyšší*. Ve snadnější variantě má dítě ukázat požadovanou věc na obrázku, v obtížnější pak samo pojmenovat. Od čtyř let přibývají pojmy *některé, žádné, nic, méně, více, stejně* při odlišné velikosti i uspořádání prvků a v šesti letech by mělo dítě zvládnout dát *o jednu méně, o jednu více*. (Bednářová, Šmardová 2007).

**Třídění, tvoření skupin:** Děti nejprve třídí a vytvářejí skupiny podle druhu, podle barvy, velikosti, tvaru. V pěti letech by mělo dítě poznat, co do skupiny nepatří, a třídít podle dvou, později i podle tří kritérií (*malé žluté kruhy*). (Bednářová, Šmardová 2007).

**Řazení:** Děti mají nejprve řadit tři prvky podle velikosti, pojmenovat *nejmenší, největší*, seřadit podle kritérií: *malý, střední, velký; vysoký, vyšší, nejvyšší; málo, méně, nejméně*. V pěti letech by mělo umět tato kritéria i pojmenovat a také seřadit podle velikosti pět prvků. (Bednářová, Šmardová 2007).

**Množství:** Dítě dokáže počítat předměty v dané skupině a vytvářet skupiny s určeným počtem prvků. Podle věku jde o množství od dvou do šesti, zaznamenáváme i vyšší počet, pokud ho dítě zvládne. (Bednářová, Šmardová 2007).

**Tvary:** Umí ukázat a později také pojmenovat základní geometrické tvary. Nejprve kruh a čtverec, v pěti letech trojúhelník, nakonec obdélník (Bednářová, Šmardová 2007).

To, zda se dítě již „hodí“ pro učení matematiky, můžeme vymezit také negativně, tedy tím, co může zamezit jeho nástupu do školy. O Zelinková v knize *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program* uvádí **charakteristiku pojmu nezralost pro matematiku podle Gruszczyk-Kolczyňské**.

Zralost pro vyučování matematice ve školních podmínkách podle ní předpokládá:

- počítání po jednom, přidávání a ubírání z paměti nebo za použití prstů,
- zvládnutí konkrétních rozumových operací:
  - stálost počtu, porovnávání,

- porovnávání čísel, řazení podle velikosti,
- schopnost přechodu od konkrétních k abstraktním operacím:
  - jazykově symbolická oblast, tj. čtení čísel,
- aritmetické formulace,
- pozitivní postoj k samostatnému řešení úloh,
- emocionální zdatnost zvládat obtížné situace,
- rozvoj percepčně-motorických funkcí,
- grafický aspekt.

---

## 1.4.2 Mladší školní věk

Od vstupu do školy do začátku tělesného a psychického dospívání, tj. asi do 11–12 let. Zpravidla se toto období kryje s prvními pěti lety školní docházky. Vedle dalších fyzických a psychických vývojových změn jsou pro matematiku nejvýznamnější změny v kognitivní oblasti:

- přetrvává názorné myšlení, dochází k rozvoji nástrojů tohoto myšlení;
- začíná se snižovat podíl hry v aktivním čase, zvyšuje se podíl učení;
- z předškolního období přetrvává bájnost, fantazijní přemýšlení;
- matka již není jedinou autoritou, vztah k autoritám je stále silný;
- zájem je stále vázán na konkrétní záležitosti, dítě není motivováno pro abstrakci;
- abstraktní pojmy chápe pouze přes konkrétní zástupce;
- radostnost, živost a zvědavost jsou běžným projevem chování;
- dítě začíná s plánováním a prací podle svého plánu;
- školák již reflektuje své chování, umí ho hodnotit jako správné/nesprávné (vyhovující/nevhovující autoritám);
- dívky v psychickém i fyzickém vývoji předbíhají chlapce;
- dítě mladšího školního věku je citlivé na vnější okolnosti, špatný prospěch má většinou jinou příčinu, než jsou kognitivní schopnosti;
- umí logicky usuzovat (hodnotit soudy a úsudky), musí si však dosadit do abstraktních tříd konkrétní objekty;
- na konci období začíná chápat formální abstraktní úsudky;
- chápe skutečnou příčinnost, umí hledat důvody, rozumí konkrétním implikacím;
- chápe změnu výsledku na základě změny podmínek;
- intuitivně chápe množinu, podmnožinu, inkluzi (prvek patří do množiny) (Bednářová, Šmardová 2007).



### Řízená diskuze – školní zralost

- a) Co je nejčastější příčinou odkladu školní docházky?
- b) Jak jsou na tom rozumové kompetence?
- c) Mají děti odcházející z MŠ dobré předpoklady uspět v matematice na prvním stupni

## 1.5 Mentální mapy

Mentální mapa je metoda uspořádávání většího množství informací vztahujících se k jednomu tématu. Do nedávna jsme hodnotili zápisky studentů v sešitech z hlediska obsahu, estetičnosti, ale i struktury. Náš text při výkladu plynul, tedy i poznámky by měly plynout. Když se jedná o výčet, použijeme odrážky nebo číslování. To je běžný postup ve škole, ale i v knihách, odborných publikacích, výkladech odborníků či ve zpravodajství. Tedy zapisujeme lineárně. Tony Buzan, zakladatel mentálního mapování, si položil otázku, zda tento „zvyk“ vyhovuje našemu mozku, a společně s neurology a kognitivními vědci si odpověděl záporně. Základními jednotkami našeho mozku jsou neurony a ty se spojují do propletených sítí. Každý neuron není spojen s dalším a ten s dalším, ale spojení (synapsí) jednoho neuronu je více. Tedy mozek nemyslí lineárně, dokáže v daném problému pojmut více věcí (především ženský mozek). Myšlenková nebo kognitivní mapa toho využívá a tvoří vlastně grafická schémata k určitému tématu, které mozek umí exportovat a importovat vcelku, nemusí je rozebírat na jednotlivé lineární „trubky“. Využíváme obě hemisféry mozku, jak tu levou digitální (algoritmickou) – přetěžovanou, tak tu pravou analogovou (grafickou) – nedocenenou.

Michael Michalek udává ve své knize *Cracking creativity* tyto výhody mentální mapy:

- aktivuje celý mozek;
- zbavuje naši mysl mentálního nepořádku;
- umožňuje nám plně se soustředit na určitý předmět;
- názorně předvádí spojení mezi izolovanými informacemi;
- jasně zachycuje jak podrobnosti, tak celek;
- umožňuje nám sdružovat nebo naopak od sebe oddělovat jednotlivé představy a vzájemně je porovnávat;
- vyžaduje plné soustředění na předmět našeho zájmu – díky tomu se daná informace převádí z naší krátkodobé paměti do paměti dlouhodobé.



### Mentální mapy

Vytvořte strukturovanou mentální mapu setkávání se s matematickými pojmy po absolvování vycházky ve cvičení 10.

Práce v malých skupinách.



## Literatura

- FISCHER, R. *Učíme děti myslet a učit se*. Praha: Portál, 1997. ISBN 80-7178-120-7.  
BUZAN, T. *Mentální mapování*. Praha: Portál, 2005. ISBN 978-80-7367-200-3.  
SITNÁ, D. *Metody aktivního vyučování*. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-246-1.  
MAŇÁK, J., ŠVEC, V. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.



- PETTY, G. *Moderní vyučování*. Praha: Portál, 2008. ISBN 978-80-7367-427.
- VALIŠOVÁ, A., KASÍKOVÁ, H. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2010. ISBN 978-80-247-3357-9.
- HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-397-0.
- VÁGNEROVÁ, M. *Vývojová psychologie I: dětství a dospívání*. Praha: Karolinum, 2005. ISBN 80-246-0956-8.
- BEDNÁŘOVÁ, J, ŠMARDOVÁ, V., *Školní zralost*, Brno: Edika, 2010. ISBN 9788025125694.
- JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 10. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.
- MAŇÁK, J. *Cesty pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2004. ISBN 80-7315-078-6.
- MICHALKO, M. *Cracking creativity*. Berkeley: Ten Speed Press, 2001, 352 pages, ISBN-13: 9781580083119.
- ČAČKA, O., *Psychologie imaginativní výchovy a vzdělávání s příklady aplikace*, Brno: Doplněk, 2000. ISBN 80-7239-060-0.
- PECINA, P. *Tvořivost ve vzdělání žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 2008. ISBN 978-80-210-4551-4
- KÖNIGOVÁ, M. *Tvořivost: techniky a cvičení*. Praha: Grada Publishing, 2007. ISBN 80-247-1652-6.
- JŮVA, V. sen. a jun. *Úvod do pedagogiky*. Brno: Paido, 1999. ISBN 80-7315-062 – X.
- POSPÍŠIL, R., VLČKOVÁ, K. *Úvod do pedagogiky*. ELPORTÁL, Brno: MU Brno, 2006. ISSN 1802-128X. <https://is.muni.cz/auth/elportal/studovna.pl>.
- KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti pro předškolní vzdělávání*. Praha: Raabe, 2010. ISBN 978-80-86307-96-1.
- KOŘÁNOVÁ, P. *Činnosti zaměřené na rozvoj předmatematických kompetencí dětí – závislosti a pravidelnosti*. [seminární práce] Plzeň: FPE ZČU v Plzni, 2012.
- MELICHAR, J., SVOBODA, J. *Rozvoj matematického myšlení I*. Usti nad Labem: UJEP, 2003.
- SMOLÍKOVÁ, K. *Rámcový program pro předškolní vzdělávání*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2004.
- SVOBODOVÁ, E. *Vzdělávání v mateřské škole. Školní a třídní vzdělávací program*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-774-9.
- ZELINKOVÁ, O. *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program*. 2.vyd. Praha: Portál, 2007. ISBN 978-80-7367-326-0.
- Záměr rozvoje čtenářské a matematické gramotnosti v základním vzdělávání MŠMT*, 26. 9. 2012, čj. MŠMT-33613/2012-22)
- POHLOVÁ, M. *Pomůcky pro rozvoj základních matematických představ*, Bakalářská práce, Brno: Masarykova univerzita, 2012.

## 2 Matematické vzdělávání v předškolním věku



V čem je matematika odlišná od ostatních předmětů?



Je matematika podle vás oblíbená? Jaké jsou důvody objektivně prokázané neoblíby?



Víte, jak dopadá výuka matematiky v mezinárodním srovnání? Co děláme špatně?



## Osnova kapitoly

- 2.1 Matematika jako věda
- 2.2 Oblíbenost a výsledky českých žáků v matematice
- 2.3 Matematika v předškolním vzdělávání
- 2.4 Matematika v RVP PV



### Cíle kapitoly

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- definovat objekt studia matematiky, důvody vzniku a historická období jejího vývoje;
- vysvětlit odlišnosti výuky a vnímání matematiky od ostatních věd;
- vztah dětí a společnosti k matematice;
- rozklíčovat, kde píše RVP PV o budování matematických představ;
- znát oblasti matematiky, které se objevují při budování matematických představ v předškolním vzdělávání.



**8 hodin**

## 2.1 Matematika jako věda

**Matematika** je věda zabývající se z formálního hlediska kvantitou, strukturou, prostorem a změnou. Patří bezesporu k nejstarším a nejpropracovanějším vědním oborům a její kořeny prokazatelně sahají až do třetího tisíciletí před naším letopočtem, tedy je tu s námi již pět tisíc let. Začátek vývoje matematiky byl jistě spojen pouze s kvantitou. Začíná tedy rozlišením jednoho předmětu a více předmětů stejného druhu. Následně začíná řešit vztahy objektů v rovině a prostoru. O vlastní matematice jako vědě můžeme hovořit již v období antického Řecka, kde kvantitativní a prostorové jevy získávají své obecné zákonitosti, vznikají formální pravidla, vzniká logika. Především v díle Euklida vzniká axiomatický systém, který jako způsob tvoření vědy nebyl epistemologicky překonán. Geometrie a algebra se postupně rozvíjejí, dalšího zlomu se matematika dočkala v 17. století s počátky infinitezimálního počtu, kdy matematika umí charakterizovat změnu, a v 19. století, kdy dochází k objevení Cantorovy teorie množin (práce se strukturami). Brzdou těchto dvou teorií bylo vypořádání se s matematickým pojetím nekonečna.

Smysl matematiky v jejím počátečním rozvoji byl jednoznačný – potřeba v běžném životě. Bylo potřeba kvantifikovat, porovnat, sečíst atd. počty lidí, zvířat, kořisti. Od dob Platona a Euklida však matematiky zaujaly další věci: vysoká obecnost a použitelnost získaných vědomostí. Matematici zjišťují, že jak empiricky získané, tak i myšlenkově odvozené zákonitosti mají obecnou platnost i v naprosto odlišných myšlenkových prostředích. Podobně je to i ve vývoji jedince. Děti začínají vnímat kvantitativní jevy, protože u nich vzniká potřeba rozlišit počet osob a předmětů. Až v pozdějším období studují matematické vztahy, aniž by cítily přímou potřebu tohoto učení.

Další smysl matematiky objevují v její vnitřní kráse. Základním pravidlem světa je příklon k harmonii a snaha lidstva ji hledat. Matematika prostě funguje. Objevení zákonitosti, vyřešení matematického problému na jakékoliv úrovni, prostě aha efekt a s ním spojené příjemné pocity jsou motivací pro matematické snažení i pro jedince jakéhokoliv věku.



### Vycházka s mentálním mapováním

Při krátké vycházce si všimněte, kde všude se setkáváme s kvantitou, s geometrickými tvary a s jinými matematickými pojmy.

- Které z nich jsou pro naše chování důležité (tvar dopravní značky), které vnímáme mimoděk (počet ve skupině stromů)?
- Které jsou schopny vnímat předškolní děti, vnímáme i vyšší matematické zákonitosti?
- Dají se tyto vjemy strukturovat?

práce v malých skupinách

## 2.2 Oblíbenost a výsledky českých žáků v matematice

Mezinárodní průzkum TIMSS v roce 2011 potvrdil po delší době první zlepšení žáků českých čtvrtých tříd v matematické gramotnosti. Z 51 států se umístili čeští školáci na 22. místě, při měření v roce 2007 skončili žáci čtvrtých tříd z Česka na 24. místě. I přes zlepšení je ale Česko stále zemí s největším propadem znalostí oproti roku 1995. V tomto roce čeští žáci patřili i v matematice mezi nejlepší na světě. Od té doby dochází ke zhoršení ve všech sledovaných oblastech, nejvýraznější pokles nastal v matematice. V posledním výzkumu OECD PISA, který proběhl v roce 2009, se čeští patnáctiletí žáci **propadli až na 22. místo z 34 zemí OECD**, přičemž pokles ve výsledku byl u českých žáků největší ze všech zúčastněných zemí (Palečková, Tomášek, Straková, 1997).

Zajímavé jsou především dva aspekty této situace. Prvním z nich je srovnání dívek a chlapců v testování matematiky. Zatímco dívky dlouhodobě dosahují lepších výsledků v běžném známkování na vysvědčení, ve všech relevantních výzkumech je situace opačná, chlapci dopadají dlouhodobě lépe než dívky.

Druhým aspektem je obliba výuky matematiky. České děti baví matematika vůbec nejméně ve srovnání se školáky jiných zemí OECD. Rozdíly jsou až v desítkách procent. V posledních výzkumech udávají pouze 4 % žáků z českých škol, že se těší na hodinu matematiky. V zemích západní Evropy je to až jedna čtvrtina.

V českém prostředí převažuje spíše strach z matematiky, odpor k ní a jakési blokování příjmu matematických kompetencí.

Návrhy na změnu se však shodují na zavedení nových metod výuky, na využití nových technologií s cílem:

- vyšší přitažlivosti výuky pro žáky – výuka by měla žáky více bavit;
- vyšší interaktivity výuky – žáci by se měli na výuce více podílet,;
- vyšší aplikovatelnosti výuky – žáci by si měli uvědomovat, k čemu mohou získané znalosti využít.

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy vypracovalo *Záměr rozvoje gramotnosti*. Týká se dvou gramotností, matematické a čtenářské. Autoři vycházejí z mezinárodních výzkumů, ze zpráv ČŠI, z vnitřních analýz MŠMT, z akademických analýz a z vlastních zkušeností jako učitelů a vědců či úředníků státní správy. Cílem je najít chyby a potažmo metody směřování k ideám Bílé knihy školství a dokumentů kurikulární reformy. Více viz *Záměr rozvoje čtenářské a matematické gramotnosti v základním vzdělávání* (MŠMT, 26. 9. 2012, čj. MŠMT-33613/2012-22).



### Řízená diskuze – špatné výsledky a neobliba matematiky

- d) Co je nejčastější příčinou špatných výsledků žáků v matematice?
- e) Je budování matematických představ u dětí předškolního věku neoblíbené?
- f) Kdy a proč dochází ke změně a neoblíbě matematiky?

## 2.3 Matematika v předškolním vzdělávání

Matematika má nesmírný význam právě v dětském věku, kdy rozvíjí logické a funkční myšlení. Pomáhá dětem přesně se vyjadřovat, učí nás logicky zdůvodňovat tvrzení, kriticky myslet. Proto se i při vyučování matematiky snažíme vycházet z praxe a dětem uvádět názorné pomůcky (Kárová, V. 1996).

Matematika patří na našich školách k jednomu z nejméně oblíbených předmětů. Pro dobré výsledky v matematice je důležité pochopit, upevnit si základní pojmy. Dokázat řešit jednoduché úkony je základ pro řešení úkonů složitějších. Pro zvládnutí matematických představ je důležité rozvíjet v předškolním věku **číselné představy**. Na jejich vytváření se účastní další schopnosti a dovednosti. Mezi ty patří motorika, zrakové, sluchové, hmatové, prostorové a časové vnímání, řeč. Díky tomu dítě objevuje svět, manipuluje s předměty, uvědomuje si, jak jsou veliké, těžké, jaký mají tvar či jaký je počet předmětů. Dítě by si v předškolním věku mělo osvojit pojem **číslo**. Kromě mechanického vyjmenování řady by mělo mít představu, že číslo nám označuje nějaké množství. Postupně by se měl pak pojem množství rozšiřovat a v pěti letech by mělo ovládat určit množství alespoň do šesti. Správné vnímání prostoru a zrakové vnímání nám dává dobré předpoklady **pro geometrii** a osvojení si pojmů o poloze (např. nahoře, dole, vpravo, vlevo, nad apod.). Sem patří i poznávání **geometrických tvarů**. Dítě by mělo poznat a pojmenovat kruh, čtverec, trojúhelník a obdélník.

Vnímání času nám napomáhá utřídít si, co se stalo dříve a co později. Díky vývoji řeči se dítě učí nová slova, nové pojmy, rozumí jim a dokáže je použít, tedy využívá **pojmotvorný proces**. V uvědomování si matematických pojmů by dítě mělo chápat rozdíl mezi pojmy malý–velký, hodně–málo, krátký–dlouhý, úzký–široký, prázdný–plný, méně–více, větší–menší, o jeden více – o jeden méně, mělo by chápat pojmy všechny, žádný, nic.

Dítě nejprve chápe **třídění skupin podle druhu** (hračky, oblečení, jídlo apod.), podle barvy či podle velikosti, dle tvaru dokáže poznat, co do skupiny nepatří. Dítě řadí předměty i podle více kritérií, třídí je do skupin, umí pojmenovat, který prvek je nejmenší, který je největší. Dále umí seřadit a určit předměty na malé, střední, velké; vysoké, vyšší a nejvyšší, mělo by rozeznat, čeho je málo, čeho je méně a nejméně. V pěti letech by dítě mělo být schopno vyrovnat alespoň pět předmětů podle velikosti.

### Mezi použitelné metody patří:

- Práce s předměty
- Identifikace osob, zvířat, předmětů
- Charakteristika předmětů
- Diferenciace – hledání shod a rozdílů
- Analyzování a vyhodnocování např. nějaké situace
- Porovnávání, komparace
- Zpřesňování
- Negace
- Závislosti
- Stupňování
- Třídění, klasifikace
- Přiřazování
- Uspořádání

---

## 2.4 Matematika v RVP PV

Rámcově vzdělávací program předškolního vzdělávání je chronologicky prvním programem systému kurikulárních dokumentů vycházejících ze Školského zákona ČR. Všechny tyto dokumenty mají stejnou strukturu a koncepci, naprosto odlišnou od předchozích vzdělávacích materiálů. Dříve byl důležitý obsah, tedy osnovy, které musel učitel probrat. Změna nastala již v definování cílů vzdělávání.

*Úkolem institucionálního předškolního vzdělávání je **doplňovat rodinnou výchovu** a v úzké vazbě na ni pomáhat zajistit dítěti prostředí s dostatkem mnohostranných a přiměřených **podnětů k jeho aktivnímu rozvoji a učení**. Předškolní vzdělávání má smysluplně **obohacovat denní program dítěte** v průběhu jeho předškolních let a poskytovat dítěti **odbornou péči**. Mělo by usilovat, aby první vzdělávací krůčky dítěte byly stavěny na promyšleném, odborně podepřeném a lidsky i společensky hodnotném základě, a aby čas prožitý v mateřské škole byl pro dítě radostí, příjemnou zkušeností a zdrojem dobrých a spolehlivých základů do života i vzdělávání...*

*... napomáhat mu v chápání okolního světa a motivovat je k dalšímu poznávání a učení, stejně tak i učit dítě žít ve společnosti ostatních a přibližovat mu normy a hodnoty touto společností uznávané. (zkráceno) (RVP PV).*

Pro pedagogy a pedagožky v předškolním vzdělávání jsou stanoveny tyto pedagogické cíle, tedy to, co mají při své práci plnit:

1. rozvíjení dítěte, jeho učení a poznání;
2. osvojení základů hodnot, na nichž je založena naše společnost;
3. získání osobní samostatnosti a schopnosti projevit se jako samostatná osobnost působící na své okolí (zkráceno).

I zde pracují autoři s pojmem klíčová kompetence. Jejich struktura je podobná jako v RVP základního vzdělávání. Vyčleňuje kompetence **k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence činnostní a občanské**. Uvádíme ty dílčí kompetence, které souvisejí s budováním matematických představ.

### **K učení**

- soustředěně pozoruje, zkoumá, objevuje, všímá si souvislostí, experimentuje a užívá při tom jednoduchých pojmů, znaků a symbolů;
- získanou zkušenost uplatňuje v praktických situacích a v dalším učení.

### **K řešení problémů**

- řeší problémy, na které stačí; známé a opakující se situace se snaží řešit samostatně (na základě nápodoby či opakování), náročnější s oporou a pomocí dospělého;
- problémy řeší na základě bezprostřední zkušenosti; postupuje cestou pokusu a omylu, zkouší, experimentuje; spontánně vymýšlí nová řešení problémů a situací; hledá různé možnosti a varianty (má vlastní, originální nápady); využívá při tom dosavadních zkušeností, fantazii a představivost;
- při řešení myšlenkových i praktických problémů užívá logických, matematických i empirických postupů; pochopí jednoduché algoritmy řešení různých úloh a situací a využívá je v dalších situacích;
- zpřesňuje si početní představy, užívá číselných a matematických pojmů, vnímá elementární matematické souvislosti.

### **Komunikativní**

- domlouvá se gesty i slovy, rozlišuje některé symboly, rozumí jejich významu i funkci (RVP PV).

I v tomto dokumentu jsou vyčleněny vzdělávací oblasti – **Dítě a jeho tělo, Dítě a jeho psychika, Dítě a ten druhý, Dítě a společnost, Dítě a svět**. Místo obsahu učiva **hovoří dokument o vzdělávací nabídce**.

Ve všech vzdělávacích oblastech najdeme matematiku, ale nejvíce ve vzdělávací oblasti Dítě a společnost. Struktura vzdělávací oblasti je vždy stejná – **Dílčí vzdělávací cíle (co pedagog u dítěte podporuje), Vzdělávací nabídka (co pedagog dítěti nabízí), Očekávané výstupy (co dítě na konci předškolního období zpravidla dokáže), Rizika (co ohrožuje úspěch vzdělávacích záměrů pedagoga)**.

Ze všech vzdělávacích oblastí vybíráme v dané struktuře to, co se týká matematiky.



Dílejší vzdělávací cíle důležité pro rozvoj matematického myšlení:

- rozvoj, zpřesňování a kultivace smyslového vnímání, přechod od konkrétně názorného myšlení k myšlení slovně-logickému (pojmovému), rozvoj a kultivace paměti, pozornosti, představivosti, fantazie;
- rozvoj tvořivosti (tvořivého myšlení, řešení problémů, tvořivého sebevyjádření);
- posilování přirozených poznávacích citů (zvědavosti, zájmu, radosti z objevování apod.);
- vytváření pozitivního vztahu k intelektuálním činnostem a k učení, podpora a rozvoj zájmu o učení;
- vytváření základů pro práci s informacemi.

**Hlavní činnosti a příležitosti**, které ve vzdělávání vytváříme, dítěti nabízíme a umožňujeme důležité pro rozvoj matematického myšlení:

- přímé pozorování;
- motivovaná manipulace s předměty, zkoumání jejich vlastností;
- konkrétní operace s materiálem (třídění, přiřazování, uspořádání, odhad, porovnávání apod.);
- volné hry a experimenty s materiálem a předměty;
- smyslové hry, nejrůznější činnosti zaměřené na rozvoj a cvičení vnímání, zrakové a sluchové paměti a pozornosti apod.;
- námětové hry a činnosti;
- činnosti zaměřené k vytváření (chápání) pojmů a osvojování poznatků (vysvětlování, objasňování, odpovědi na otázky, práce s knihou, s obrazovým materiálem, s médií apod.).

**Co dítě na konci předškolního období zpravidla dokáže (očekávané kompetence důležité pro rozvoj matematického myšlení):**

- vnímat všemi svými smysly;
- záměrně se soustředit na činnost a udržet pozornost;
- pojmenovat většinu toho, čím je obklopeno;
- přemýšlet a to, o čem přemýšlí, také vyjádřit;
- zaměřovat se na to, co je z poznávacího hlediska důležité (odhalovat podstatné znaky, vlastnosti předmětů, nacházet společné znaky, podobu a rozdíl, charakteristické rysy předmětů či jevů a vzájemné souvislosti mezi nimi);
- vnímat, že je zajímavé dozvídat se nové věci, využívat zkušeností k učení;
- postupovat a učit se podle pokynů a instrukcí;
- chápat základní číselné a matematické pojmy, elementární matematické souvislosti a podle potřeby je prakticky využívat (porovnávat, řadit a třídít soubory předmětů podle určitého pravidla, orientovat se v elementárním počtu cca do šesti, chápat číselnou řadu v rozsahu první desítky, poznat více, stejně, méně, první, poslední apod.);
- chápat prostorové pojmy (vpravo, vlevo, dole, nahoře, uprostřed, za, pod, nad, u, vedle, mezi apod. v prostoru i v rovině), částečně se orientovat v čase;
- řešit kognitivní problémy, úkoly a situace, myslet kreativně, vymýšlet „nápady“.

### Hlavní rizika ohrožující úspěch vzdělávacích záměrů v oblasti rozvoje matematického myšlení:

- nedostatek příležitostí k poznávacím činnostem založeným na vlastní zkušenosti;
- převaha předávání hotových poznatků slovním poučováním a vysvětlováním;
- příliš racionální, hotový a uzavřený výklad světa;
- omezený prostor pro vyjádření a uplatnění představivosti;
- převažující důraz na pamětní učení a mechanickou reprodukci, málo názornosti i prostoru pro rozvoj fantazie;
- zahlcování podněty a informacemi bez rozvíjení schopnosti s nimi samostatně pracovat;
- málo příležitosti a prostoru k experimentaci a exploraci a samostatnému řešení konkrétních poznávacích situací;
- nedostatek porozumění a ocenění úspěchu či úsilí.



#### Zkušenosti s matematickým vzděláváním

Jak podle vás „sedí“ RVP PV v oblasti budování matematických představ s vaší zkušeností? Co zvládají děti bez problémů, s čím mají problém, kde by se dalo jít dál, kde ubrat?



## Literatura

KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti pro předškolní vzdělávání*. Praha: Raabe, 2010. ISBN 978-80-86307-96-1.

KOŘÁNOVÁ, P. *Činnosti zaměřené na rozvoj předmatematických kompetencí dětí – závislosti a pravidelnosti*. [seminární práce] Plzeň: FPE ZČU v Plzni, 2012.

KÁROVÁ, V. 1996. *Počítání bez obav*. Praha: Portál, 1996. 141 s. ISBN 978-80-210-5047-1.

PALEČKOVÁ, J., TOMÁŠEK, V., STRAKOVÁ, J. *Třetí mezinárodní výzkum matematického a přírodovědného vzdělávání. Výsledky žáků 7. a 8. ročníků – přírodovědné předměty*. Praha, ÚIV, 1997.

MELICHAR, J., SVOBODA, J. *Rozvoj matematického myšlení I*. Usti nad Labem: UJEP, 2003.

SMOLÍKOVÁ, K. *Rámcový program pro předškolní vzdělávání*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2004.

SVOBODOVÁ, E. *Vzdělávání v mateřské škole. Školní a třídní vzdělávací program*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-774-9.

ZELINKOVÁ, O. *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program*. 2.vyd. Praha: Portál, 2007. ISBN 978-80-7367-326-0.

*Záměr rozvoje čtenářské a matematické gramotnosti v základním vzdělávání MŠMT*, 26. 9. 2012, čj. MŠMT-33613/2012-22).

### 3 Konkrétní způsoby budování matematických představ v předškolním věku



Charakterizujte přístupy a metody budování matematických představ ve vaší mateřské škole.



#### Osnova kapitoly

- 3.1 Kvantita – přirozená čísla do deseti
- 3.2 Orientace v prostoru
- 3.3 Vytváření skupin předmětů, vztahy mezi nimi, operace s nimi
- 3.4 Vztahy mezi prvky skupin předmětů



#### Cíle kapitoly

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- vysvětlit základní obsahová témata v budování matematických představ;
- vytvářet podle předložených ukázek své podklady pro práci předškoláků v oblasti kvantity;
- vytvářet podle předložených ukázek své podklady pro práci předškoláků v oblasti orientace v prostoru;
- vytvářet podle předložených ukázek své podklady pro práci předškoláků v oblasti skupin předmětů a množin;
- vytvářet podle předložených ukázek své podklady pro práci předškoláků v oblasti vztahů mezi prvky.



**8 hodin**

### 3.1 Kvantita – přirozená čísla do deseti

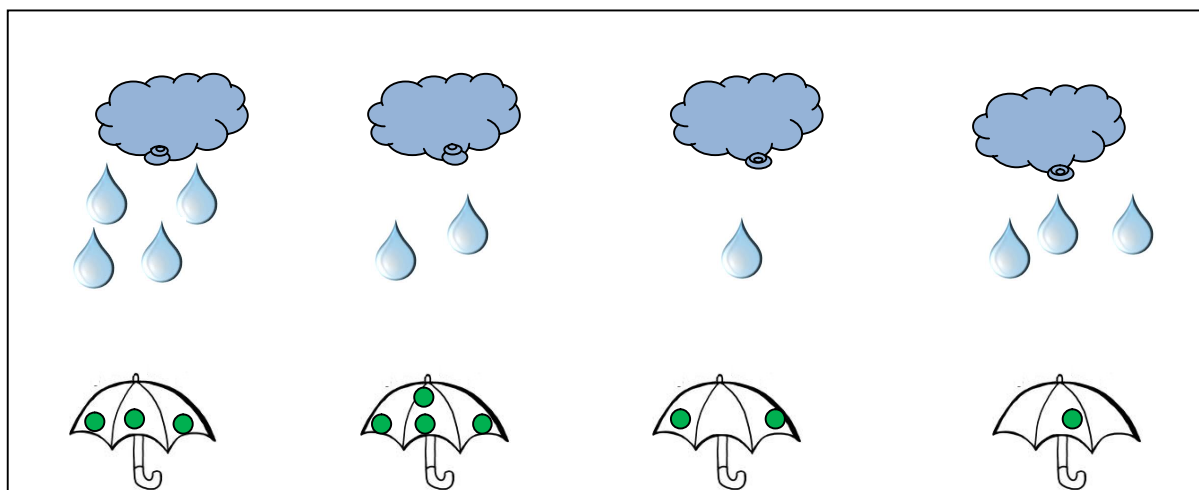
#### Kvantita – přirozená čísla do deseti

Cílem je předat účastníkům metodiku správného osvojování čísla předškolním dítětem. Důležité je, aby docházelo k postupnému osvojení číselné řady čísel do deseti. Děti by za číslem měly vidět stále skupinu předmětu, přirozená čísla tedy zavádíme jako čísla kardinální. Konkrétní předměty a obrázky postupně nahrazujeme ještě konkrétnějšími mentálními modely, jako jsou prsty na ruce, kuličky počítadla nebo tečky na hrací kostce. Následným způsobem je zavádění čísel jako pořadí, tedy první předmět, druhý předmět... Poslední předmět (kam až jsme napočítali) udává číslo počtu předmětů. Zde můžeme využít různá říkadla. Takto zavedené přirozené číslo se nazývá ordinální. Postupně vlastně přecházíme z číslovek základních k číslovkám řadovým.

Teprve po nácviku přejdeme k abstrakci, tj. k samotnému číslu. Tady číslo chápeme jako označení. Např. číslo na dresu hokejisty nemluví ani o počtu předmětů, ani o pořadí, ale jde o rozlišovací symbol. Děti tedy chápou číslo jako počet (kvantitu), jako pořadí (uspořádání) a jako symbol určenosti (dům číslo 5).

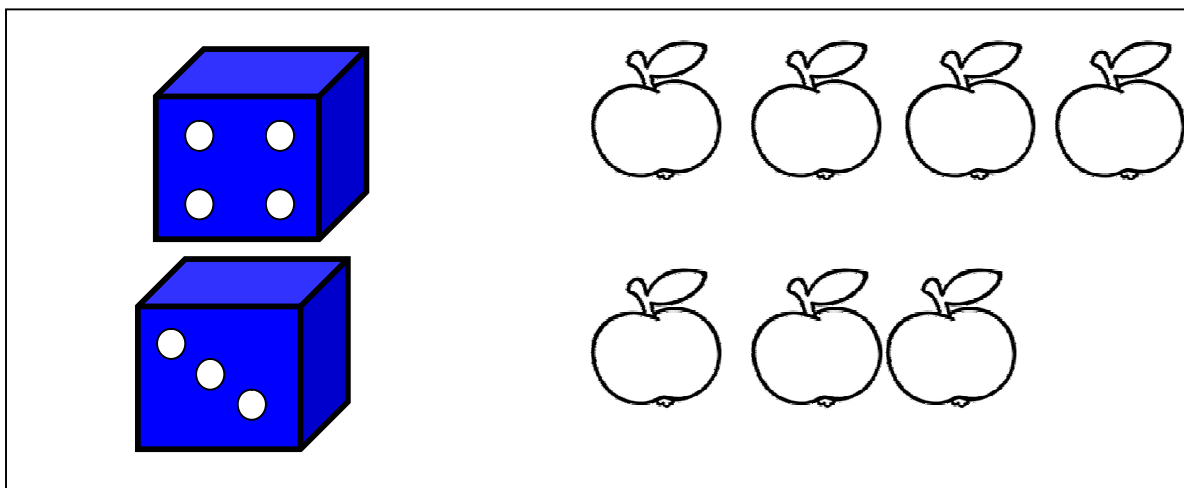


Vyhledávání skupin předmětů se stejným počtem prvků.  
Přiřazování deštníků s počtem puntíků k počtu kapek z mráček.

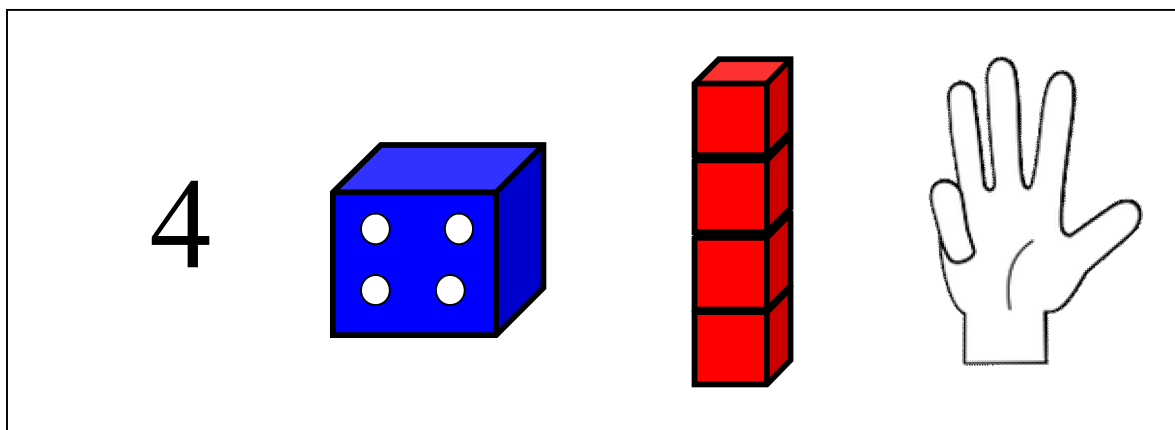




Přiřazování počtu kuliček počítadla, prstů a symbolů z hrací kostky k počtu prvků skupin předmětů a vzájemné přiřazování mezi sebou.

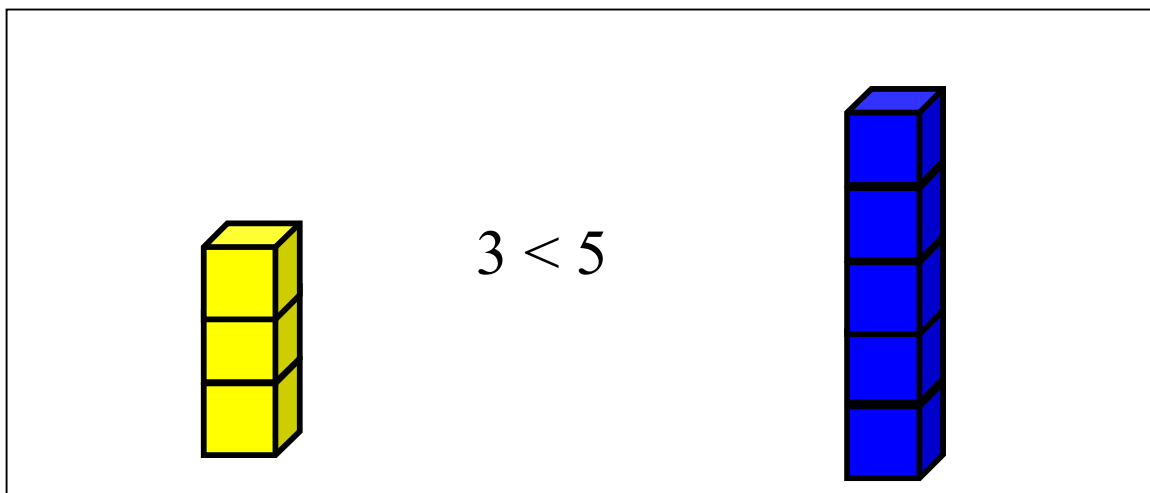


Počítáme počet předmětů v místnosti, počet puntíků na hrací kostce, počet špalíků naskládaných na sebe.

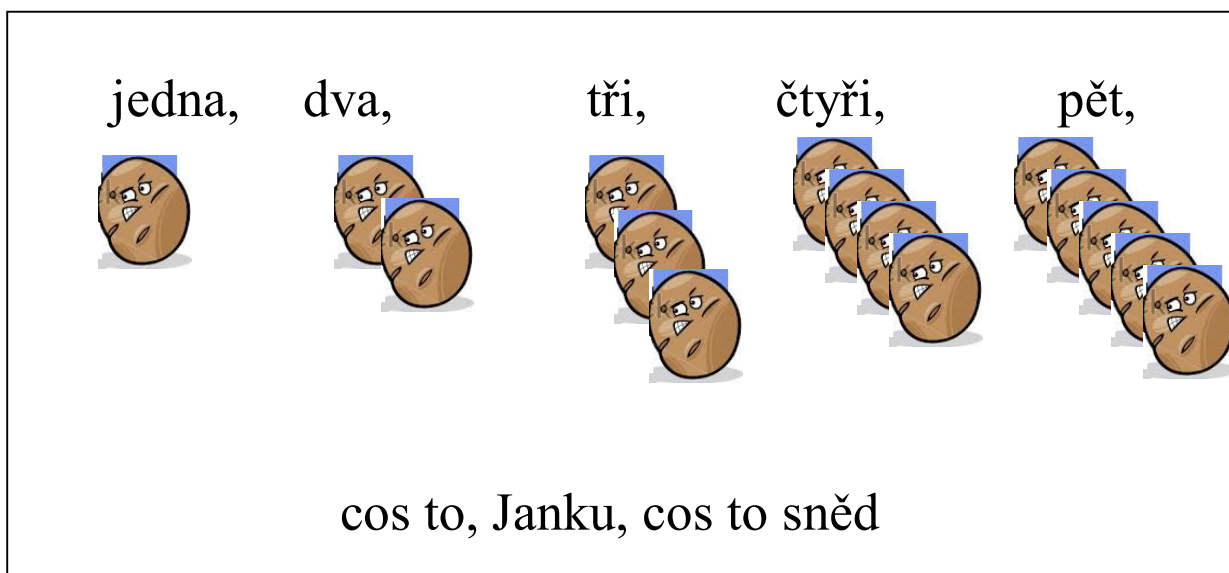




Porovnávání čísel podle velikosti – využití skupin předmětů, využití kuliček z počítadla, prstů a symbolů čísel z hrací kostky.



Postupné řazení čísel do řady (říkačky „jedna, dva, tři, čtyři, pět, cos to, Janku, cos to sněd“ apod.).



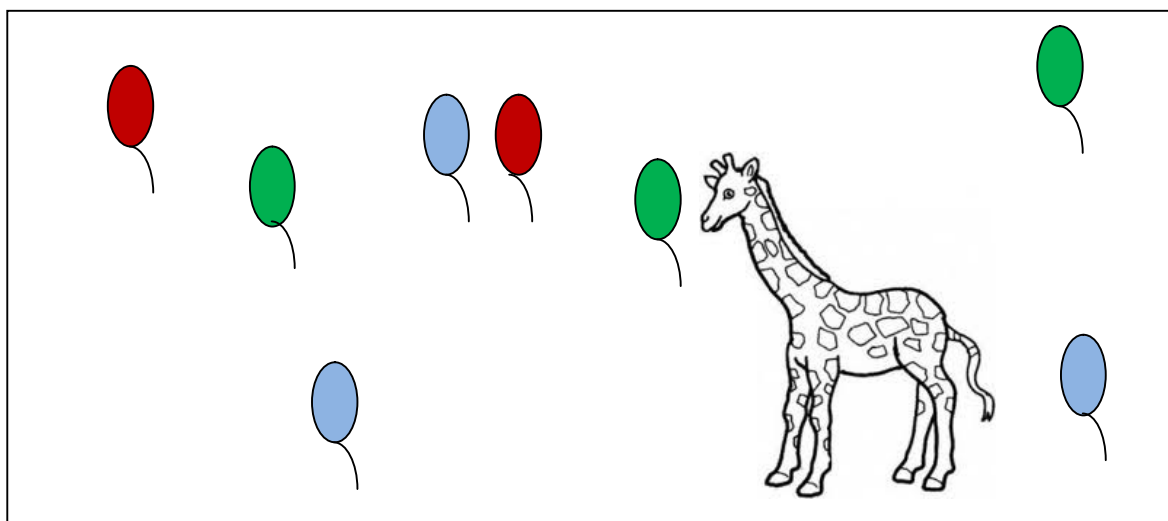
### 3.2 Orientace v prostoru, vztahy mezi objekty v prostoru a v rovině

V této oblasti jsou základními prvky nikoliv čísla, ale geometrické útvary. Ty zastupují jakékoliv předměty v herně, doma, v přírodě, na vycházce. Jde o správné pochopení uspořádání geometrických objektů. Děti rozumí pojům blíž, dál, větší, menší, vyšší, nižší, vepředu, vzadu, nahoře, dole, vpravo, vlevo, uvnitř, vně. Aktivně podle pokynů aplikují tyto pojmy. Děti poznávají geometrické tvary v rovině, a to čtverec, obdélník, trojúhelník, kruh, a umí určit jejich základní vlastnosti. Umí rozlišovat základní geometrické tvary v prostoru, a to především krychli, kouli, nebo válec. Důležité je empirické poznávání těchto tvarů nejenom vizuálně, ale i hmatem. Na procvičení geometrických představ můžeme použít budování cest, řešení labyrintů atd.

#### Konkrétní způsoby budování představ v oblasti kvantity:



Procvičování termínů blíž, dál, vedle, výš, níž, vpravo a vlevo.

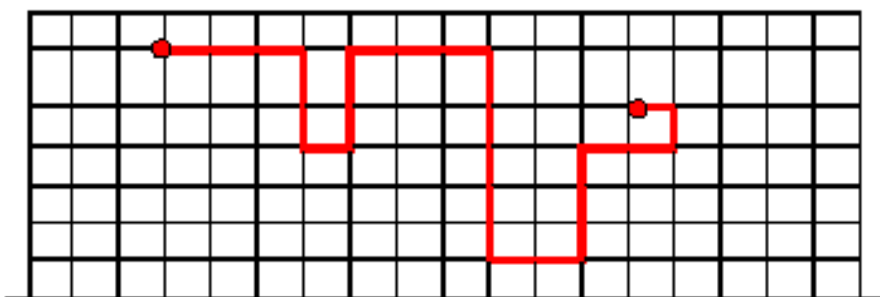




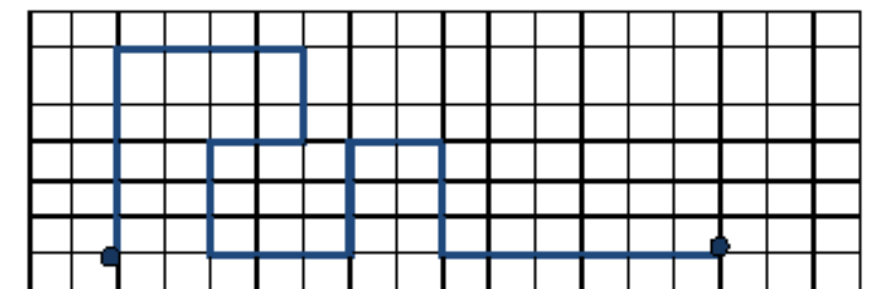
Rozlišování vpravo a vlevo – a to jak orientace vnitřní, tak vnější (využití čtvercové sítě, procházky po čtvercové síti, využití směrových šipek).

Děti tvoří procházky ve čtvercové síti dle popisu této procházky pomocí šipek.

• → → → ↓ ↓ → ↑ ↑ → → → ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ → → ↑ ↑ ↑ → → ↑ ← •



*Děti podle obrázku znázorňují popis trasy*



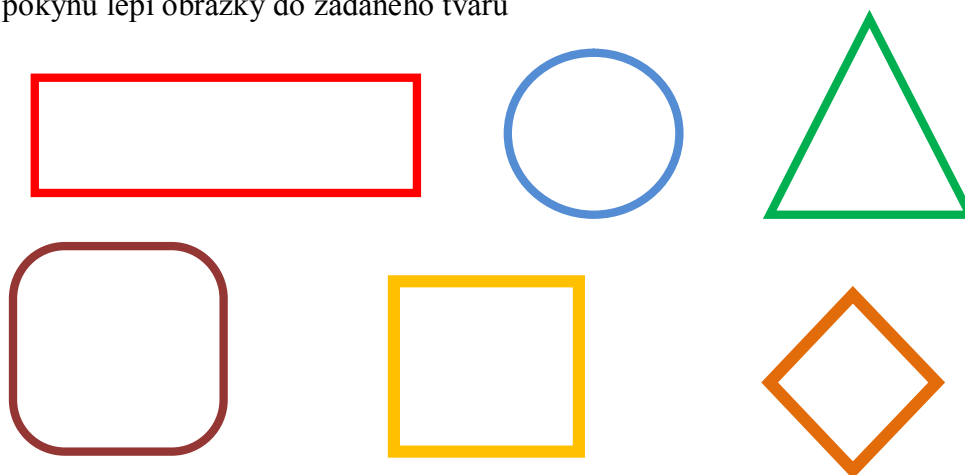
• ↑ ↑ ↑ ↑ → → → ↓ ↓ ← ← ↓ ↓ → → → ↑ ↑ → → ↓ ↓ ↓ ↓ → → → → → •





Základní geometrické tvary v rovině (čtverec, obdélník, trojúhelník, kruh – základní vlastnosti), základní geometrické tvary v prostoru (krychle, koule – základní vlastnosti).

Děti podle pokynů lepí obrázky do zadaného tvaru

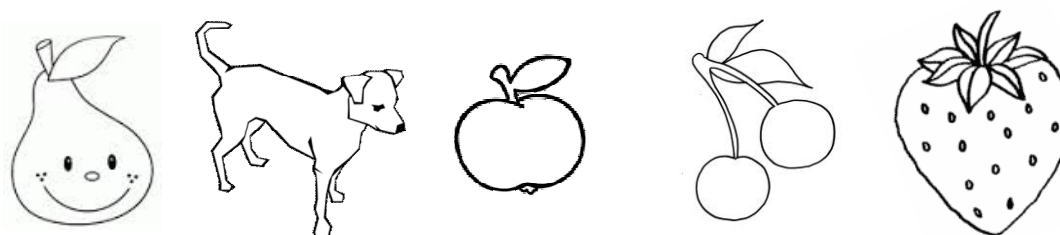


### 3.3 Vytváření skupin předmětů, vztahy mezi nimi, operace s nimi



Naučit děti jednoznačně o kterémkoli předmětu rozhodnout, zda patří/nepatří do skupiny.

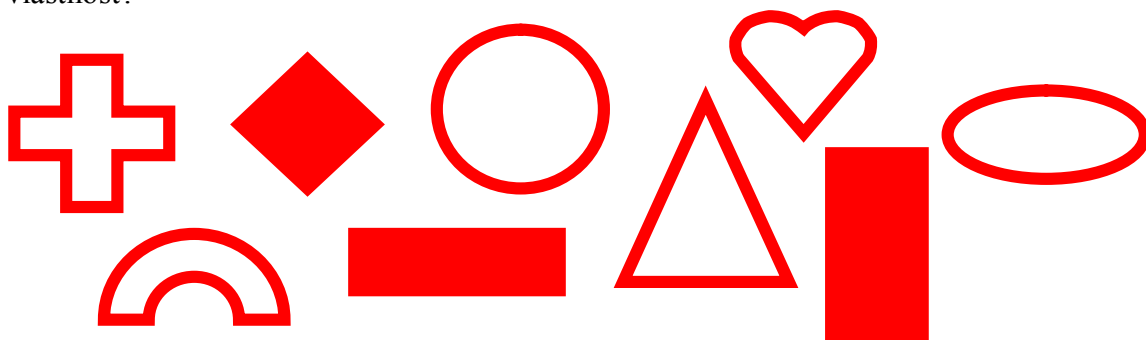
Který předmět do skupiny nepatří





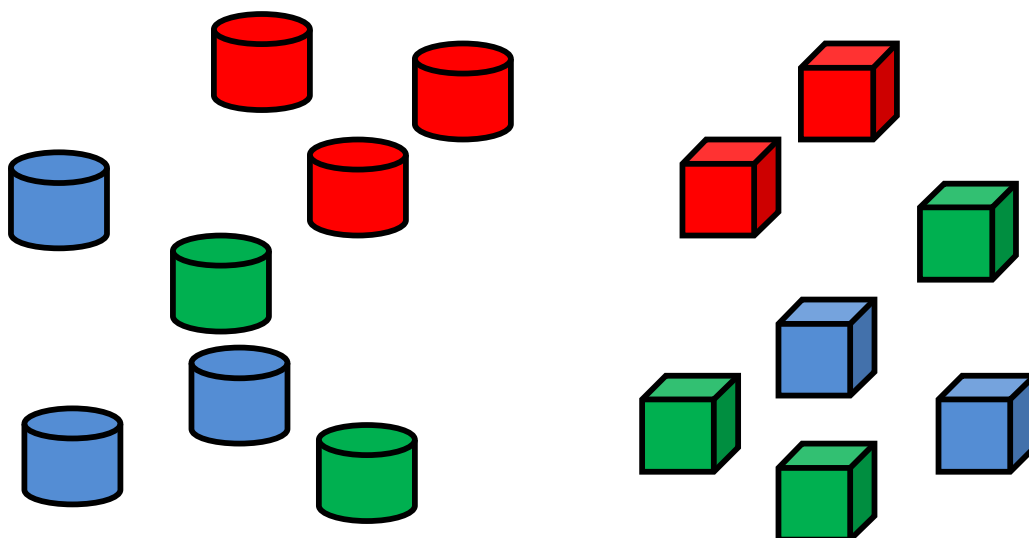
Část skupin, podskupin: přivádět děti k tomu, aby si všimly, že některé z daných skupin mají kromě uvedené charakterizující vlastnosti ještě další společnou vlastnost – tvoří podskupinu.

Všechny tvary mají červenou barvu. Mají některé z nich ještě nějakou společnou vlastnost?



Operace se skupinami předmětů na základě přirozených situací, sjednocovat skupiny předmětů důsledným vymezením vlastností (využití didaktických her, např. na živočichy, na silniční křižovatku atp.).

Na obrázku jsou válečky a krychličky (kostičky). Kolik je na obrázku červených krychliček? Kolik je tam červených válečků? Kolik je tam červených předmětů?



### 3.4 Vztahy mezi prvky skupin předmětů – třídění, uspořádání, přiřazování

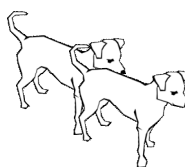
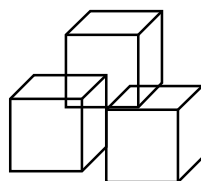
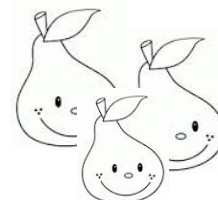
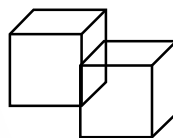
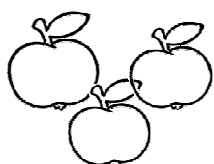
V této části jde o využití dovedností dětí z předchozích oblastí. Žáci využívají znalosti z oblasti kvantity, tedy počty či pořadí předmětů, spojování mentálních číselných modelů. Z oblasti skupin či množin předmětů využívají vztah části a celku (tedy být podmnožinou) a názky množinových operací, jako je průnik a sjednocení. Samozřejmě využívají i své geometrické poznatky, především větší, menší, níž, výš apod. Jde vlastně o tři typy relací:

- **Třídění** – naučit děti třídění celků na části, chápat vztahy uvnitř vytvořených celků, označit znak třídění, vybírat prvky, které mají požadovanou vlastnost.
- **Uspořádání** – uspořádat prvky na základě předem zvoleného pravidla
- **Přiřazování** – Nejjednodušší je párování, přiřazování na základě pořadí. Přiřazování předmětů předmětům, symboly předmětům, symboly symbolům, předmětům symboly čísla.



**Třídění** – naučit děti třídění celků na části, chápat vztahy uvnitř vytvořených celků, označit znak třídění, vybírat prvky, které mají požadovanou vlastnost.

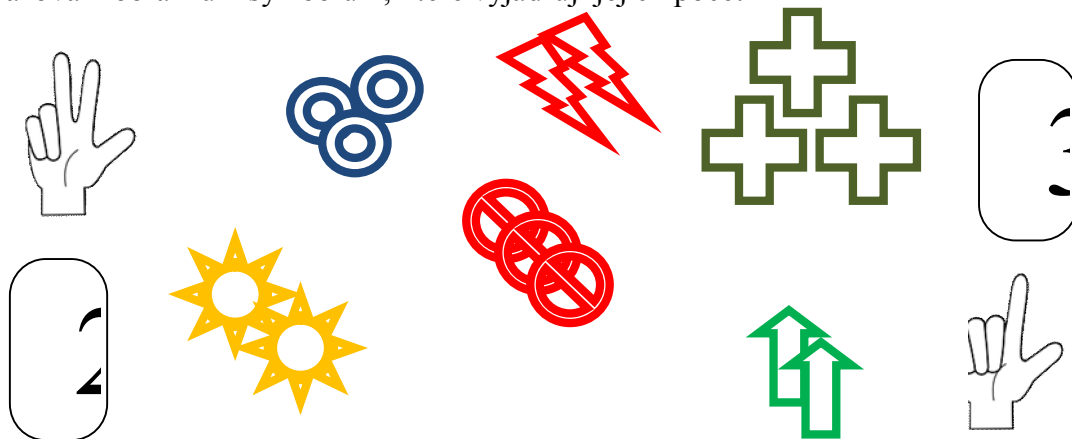
Spojte obrázky, které mají společnou vlastnost





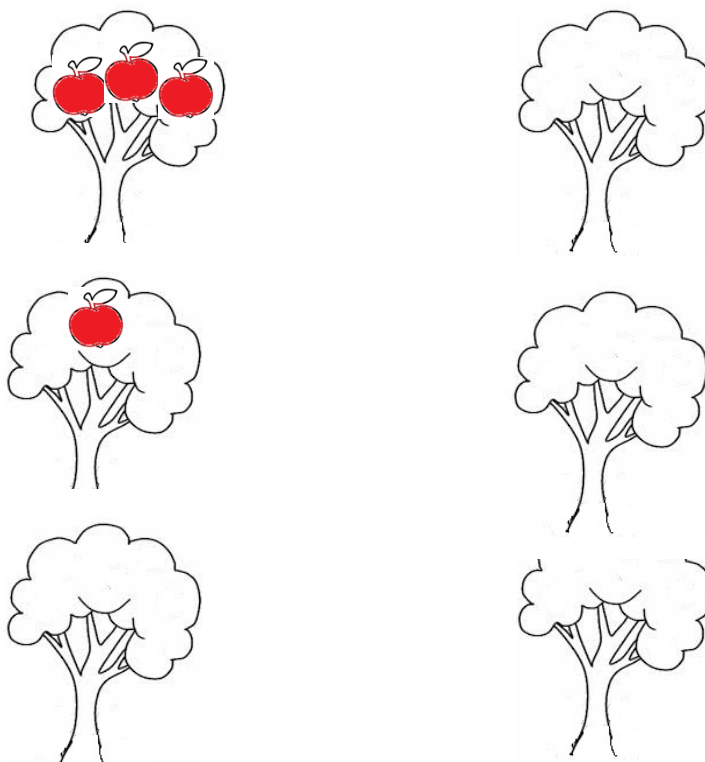
**Přiřazování** – Nejjednodušší je párování, přiřazování na základě pořadí. Přiřazování předměty předmětům, symboly předmětům, symboly symbolům, předmětům symboly čísla.

Přiřazování obrázků k symbolům, které vyjadřují jejich počet

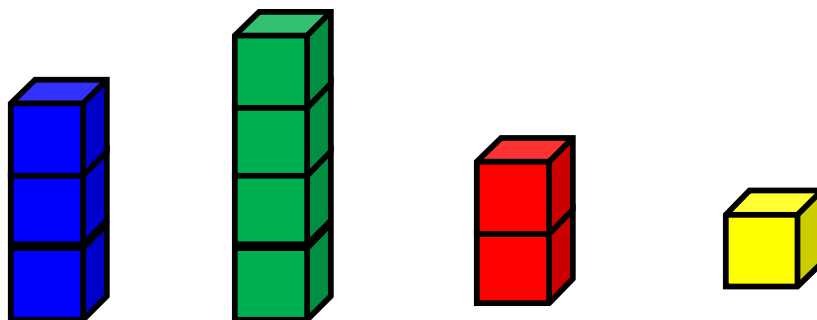


**Uspořádání** – uspořádat prvky na základě předem zvoleného pravidla.

Do pravého stromu namalujte vždy o jedno jablíčko více, než je vlevo



Seřadte komínky podle velikosti od nejmenšího k největšímu. Kolik má modrý, zelený, červený a žlutý komínek kostiček?



## Literatura

MELICHAR, J., SVOBODA, J. *Rozvoj matematického myšlení I*. Ústí nad Labem: UJEP, 2003.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-397-0.

KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti pro předškolní vzdělávání*. 1. vydání. Praha: Raabe, 2010. ISBN 978-80-86307-96-1.

JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 10. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

## 4 Didaktika matematiky



Znáte některé přístupy k výuce matematiky? Mění se přístup k matematice v nedávné historii?



Shodli byste se ve skupině na nějakých principech, které by ve výuce matematických představ měly být uplatňovány?



Co je ve výuce matematických představ dle vaší zkušenosti největším problémem?



## Osnova kapitoly

- 4.1 Principy v didaktice matematiky
- 4.2 Didaktický konstruktivismus
- 4.3 Montessori pedagogika
- 4.4 Další přístupy alternativních škol – Waldorfská škola



### Cíle kapitoly

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- orientovat se v hlavních přístupech ve vzdělávání matematiky;
- vysvětlit odlišnosti výuky podle klasických a alternativních směrů;
- sami vymyslet příklady pro rozvoj matematického vzdělávání, které se objevují v předškolním vzdělávání.



### 8 hodin

#### 4.1 Principy v didaktice matematiky

Matematika se liší od ostatních věd či předmětů jednak obsahově, ale hlavně strukturou myšlení a učení, proto obecně přijímané principy a metody musí být pro matematiku specifikovány a transformovány.

Cílem výuky je sama matematika jen částečně, spíše jde o budování principů matematického myšlení. Možná ještě lepší formulací je, že cílem výuky matematiky je pěstování matematiky v hlavách žáků (dětí). Ve slově pěstování je akcentován růst a proces, ale také rozličnost jednotlivých vypěstovaných myšlenkových schémat. Současně je v něm obsažena potřeba podnětného prostředí a role osobnosti dítěte na tomto růstu.

V budování matematických představ nejde o transmisi, tedy přenos informací do mozku žáka, ale o kultivaci jeho myšlení pomocí matematických nástrojů.

Lze se domnívat, že všichni matematici světa se shodnou na tom, že porozumění matematickému problému je důležitější než jeho paměťový popis.

Porozumění matematickému problému vlastně znamená:

- Porozumění matematické symbolice, jazyku matematiky, způsobu zápisu problému,
- Pochopení logického sledu operací, následnost operace v daném okamžiku,
- Pochopení souvislosti s reálnou situací, pro kterou je problém řešen.

---

## 4.2 Didaktický konstruktivismus

Protikladem formální znalosti jsou podle Hejného a Kuřiny (1998) znalosti funkční.

Na jedné straně tedy stojí naprosto formální přejímání informací v linii pedagog–žák, na druhé straně potom samostatné budování poznatkové struktury žákem za moderace učitele. V prvním případě hovoříme o transmisivním vyučování, v druhém o didaktickém konstruktivismu. Reálná výuka se pohybuje mezi těmito extrémy, podle didaktiků bychom se měli přibližovat k druhému pólu.

Transmisivní výuka je zaměřena na výkon žáka, konstruktivistická potom na rozvoj jeho myšlenkových schopností. Žák je v transmisi pasivním příjemcem poznatků, nemá co hovořit ani do obsahu, ani do způsobu předávání. Učitel předkládá obsah a také instrukce, jak ukládat informace do žákovy paměti. Role učitele v tomto způsobu musí být autokratická, manažerská, velitelská, expertní, v lepším případě pak trenérská. S žáky nacvičujeme typové úlohy, žák musí mít napočítáno (natrénováno). Učitel počítá s žákovou nesamostatností, odměňuje úsilí a podřízenost.

Autory didaktického konstruktivismu jsou profesori Hejný a Kuřina (2001). Jejich krédo – *Při konstruktivním vyučování matematiky se důraz klade především na žáka, přičemž matematika je chápána jako nenahraditelný nástroj na formování psychiky žáka a rozvoje jeho osobnosti prostřednictvím matematiky* (Hejný, Kuřina 2001).

(Podle konstruktivistů lze transmisivní výuku využít k předávání nějakých faktů nebo mechanických algoritmů. Smysl a pochopení touto metodou předat nelze, protože vlastní strukturu poznání musí žák konstruovat sám na základě předchozích znalostí a mentálních struktur.

*Ve výuce by dítě (každé zvlášť) mělo samo přijít na to, jak to je, najít princip, podle kterého se věc řídí, protože potom pochopí i logiku jejího chování a najde pravidlo pro řešení* (Kalhous, Obs 2002).

Konstruktivisticky pojaté vyučování usiluje o navození situace, která vede ke kognitivnímu konfliktu nové informace s původní myšlenkovou strukturou. Aby byl kognitivní konflikt vyřešen, musí dítě konstruovat nebo nalézt nová řešení.



M. Hejný a F. Kuřina formulovali deset zásad, tzv. desatero didaktického konstruktivismu:

1. Matematika je chápána jako specifická lidská aktivita, ne jen jako její výsledek.
2. Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problému, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení, jejich prověřování a zdůvodňování.
3. Poznatky jsou nepřenosné, vznikají v mysli poznávajícího člověka.
4. Tvorba poznatků se opírá o zkušenosti poznávajícího.
5. Základem matematického vzdělávání je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost.
6. K rozvoji konstrukce poznatků přispívá sociální interakce ve třídě.
7. Důležité je použití různých druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa.
8. Značný význam má komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky.
9. Vzdělávací proces je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek: porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla, aplikace matematiky.
10. Poznání založené na reprodukci informací vede k pseudopoznání, k formálnímu poznání, zapominání a zřídka k jejich netriviálnímu využití.



#### **Praktická „ochutnávka“ z didaktického konstruktivismu**

- a) Vysvětlení konstruktivistických přístupů při řešení různých matematických problémů
- b) Ukázka vedení aktivit pro předškoláky
- c) Ukázky nových „technik“ v učebnicích nakladatelství Fraus
- d) Ukázky pomůcek pro vyučování dle didaktického konstruktivismu

aktivita účastníků pod vedením lektora

### **4.3 Montessori pedagogika**

Základní myšlenkou Montessori pedagogiky je svoboda dítěte, protože pouze svoboda podporuje kreativitu přítomnou v každém jedinci již od narození. Soustředěná práce má za následek disciplínu a disciplinovaný jedinec je schopen přirozeně respektovat pravidla.

*„Základem nové výchovy byl důraz na spontánní činnost dětí vycházející z jejich zájmů. Proto někdy bývá toto hnutí nazýváno „pedagogikou zájmů“. Spontánní zájem vede k soustředěné práci, takže není třeba užívat žádné kázeňské prostředky. Zavádí pojem vnitřní kázeň, který je opakem autoritativního přístupu staré školy. Místo množství vědomostí, požadovaného ve staré škole, je kladen důraz na rozvíjení schopností. Není cílem vštípit dítěti co nejvíc poznatků, ale naučit ho samostatně nové*

poznatky získat.“ „Metoda Montessori vychází ze systematického pozorování a studia dětí, praktického uskutečňování myšlenek a zdůvodňování pedagogických experimentů.“<sup>1</sup>

### **Základní principy Montessori pedagogiky**

**Dítě je tvůrcem sebe sama.** Ačkoliv se vyvíjí v kontaktu s prostředím, z něhož čerpá podněty, ovlivňují ho lidé v blízkém okolí, přesto pouze ono samo určuje, které podněty, jakým způsobem a kdy ovlivní jeho jednání.

**Pomoz mi, abych to dokázal sám.** Tato prosba, s níž se malé dítě obrátilo na Marii Montessori, se stala hlavním krédem její pedagogiky. Úkolem dospělých je to, aby dítě vlastními silami a svým tempem získávalo nové vědomosti a dovednosti, vrůstalo do světa, který ho obklopuje.

**Ruka je nástrojem ducha. Práce rukou je základem pro pochopení věcí, jevů, rozvoj myšlení a řeči.** Důraz je kladen na spojování tělesné a duševní aktivity. Je potřeba vycházet z konkrétního poznání a manipulace s věcmi.

**Respektování senzitivních (citlivých) období.** Doba, v níž je dítě obzvláště citlivé a jakoby připravené pro získávání určitých dovedností. Není-li takové období využito, senzitivita zaniká.

**Svobodná volba práce.** Dítě samo rozhoduje, co bude dělat, s kým bude pracovat a jak dlouho bude pracovat.

**Připravené prostředí.** Pracovní místo, pomůcky, předměty k manipulaci je třeba uspořádat tak, aby umožňovaly osvojení nových poznatků samostatně, bez vnější pomoci.

**Polarizace pozornosti.** Dítě je schopno soustředit se intenzivně a dlouhodobě na práci, která ho zaujme. Polarizace pozornosti je základem učení.

**Celostní učení.** Dítě je schopno se na problém dívat komplexně, ne jen na jeho jednotlivé části.

Marie Montessori tvrdí, že lidský duch je duchem matematickým, má schopnost abstrahovat, něco si představit a argumentovat. Matematicky rozvoj začíná již v prenatálním období, působí od narození. Matematický materiál v Montessori školách pomáhá tento matematický duch u dítěte podporovat již od prvopočátku. Proto jsou tedy matematika i český jazyk oblasti, které v Montessori pedagogice – na rozdíl od klasického vzdělávání – již v mateřských školách zařazeny jsou. Předstupně matematiky – smyslové a konkrétní matematické pomůcky a materiály – vedou děti k „materializované abstrakci“ a pracují s nimi právě v mateřské škole. Úkolem tohoto materiálu je převádět nevědomou a nestrukturovanou informaci do strukturovaného systému. Jedná se především o aktivity z oblasti praktického života a smyslové výchovy.

---

<sup>1</sup> Písemný podklad ke kurzu základní znalosti Montessori pedagogiky.



### **Praktická „ochutnávka“ z Montessori pedagogiky**

- a) Vysvětlení Montessori přístupů při řešení různých matematických problémů
- b) Ukázka vedení aktivit pro předškoláky
- c) Ukázky pomůcek pro vyučování dle Montessori
- d) Ukázka práce s pomůckami

aktivita účastníků pod vedením lektora

## **4.4 Další přístupy alternativních škol – Waldorfská škola**

**Waldorfská škola** je pedagogický směr, vycházející z pedagogických zásad formulovaných rakouským filosofem Rudolfem Steinerem. Je organizována jako svobodná škola, která podporuje individuální nadání a kreativitu a snaží se zajistit všestranný rozvoj dítěte (včetně uměleckých oborů).

Waldorfská škola se sama charakterizuje jako škola, která chce člověka připravovat na život nejen znalostně, nýbrž též rozvojem tvůrčích schopností a sociálních dovedností. Waldorfský učitel by měl pohlížet na dítě jako na duchovní bytost, která přichází na svět nadána možností všestranného vývoje. Jeho úkolem je pěstovat toto nadání a vést dítě k tomu, aby bylo schopno jednou převzít výchovu sebe sama. Vedle vědomostních předmětů je v ní velmi mnoho místa věnováno i praktickým činnostem. Ještě význačnějším rysem waldorfské školy je ovšem způsob, jakým se děti k poznatkům a dovednostem dopracovávají. Učitel se snaží vést děti k zážitkům toho, jak věci fungují, a k jejich samostatnému poznávání. Ve waldorfských školách se proto jen zřídka používají hotové učebnice, ale žáci si spíše vytvářejí vlastní učebnice ve svých sešitech.

Waldorfská pedagogika klade podle Hladíkové velký důraz na správné chápání vývojových fází, jimiž děti procházejí. Dalším podstatným prvkem waldorfského vyučování je společenství. Žák si ve škole nevytváří jen vztah k učiteli a k probírané látce, ale také ke svým spolužákům ve třídě. Waldorfská škola s tím počítá ve své metodice. Konkurence, kdy jednotlivé děti usilují o co nejvyšší vlastní hodnocení, nebývá považována za žádoucí; větší důraz je kladen na týmovou spolupráci směrem k vytyčenému společnému cíli. Waldorfské školy se podle Hladíkové snaží být celistvým organismem, do něhož jsou zapojeni žáci, učitelé i rodiče, jejichž společným cílem je vzdělávání. Spolupráce školy a rodičů bývá proto mnohem intenzivnější a pro rodiče náročnější než v jiných školách.

Výkony žáků nejsou motivovány známkovým hodnocením, ale živým zájmem o probíranou látku. Vysvědčení na konci školního roku mají formu slovního hodnocení, které charakterizuje všechny přednosti a nedostatky dítěte, jeho pokroky i obtíže v uplynulém školním roce. Pro život a práci ve waldorfských školách platí zásada, že spolupráce žáků jasně převažuje nad jejich vzájemnou soutěživostí.

Ve vyučování je snaha stavět mosty mezi jednotlivými obory a předměty, představovat dětem svět ve vzájemných vztazích a ve vztahu k člověku. Na waldorfských školách v jednotlivých předmětech, oblastech a tématech učitel usiluje především o osvětlení základních principů. Volí proto několik zřetelných příkladů, které jsou blízké dětem daného věku a nesnaží se zahrnovat žáky encyklopedickými přehledy.

V metodách, jimiž učitelé waldorfských škol uvádějí své žáky do učiva, hraje důležitou roli obraz, rytmus a pohyb. Dalším specifikem waldorfských škol je absence učebnic. Jejich roli plní materiály, které si učitel sám, ev. ve spolupráci s kolegy vybírá nebo vytváří.

Waldorfští učitelé usilují o výchovu svobodných lidí (u nichž byly svobodně rozvinuty jejich přirozené potenciality), nevštěpují jim tedy určitý světový názor. Spíše usilují o rozvinutí vloh svých svěřenců do té míry, aby tito byli v dospělosti schopni vlastní orientace, samostatného, odpovědného a sociálně pozitivně zaměřeného jednání. Jde tedy o to: „*vychovávat lidi, kteří jsou schopni vnímat všechno, co se děje ve světě, kteří mohou každého dne, vidí-li něco nového, své pocity, své úsudky vyvíjet podle této novosti. Nesmíme vychovávat lidi spokojené se sebou, uzavřené do svého nitra, nýbrž musíme vychovávat lidi, kteří mohou svobodně a otevřeně předstupovat před svět a kteří mohou svobodně a otevřeně jednat ve smyslu toho, co je prospěšné světu.*“ (R. Steiner).<sup>2</sup>



#### **Praktická „ochutnávka“ z Waldorfské pedagogiky**

- a) Vysvětlení Waldorfských přístupů při řešení různých matematických problémů
- b) Ukázka vedení aktivit pro předškoláky
- c) Ukázky pomůcek pro vyučování dle Waldorfské školy

## **4.5 Ukázky používání moderních didaktických metod při budování matematických představ u předškoláků**

### **Krokování**

Pomůcka, která vznikla podle pomůcky nakladatelství Fraus. Jednotlivá čtvercová pole ušitá z pevné látky mající přišíité suché zipy a na nich opět ušité číslice. S touto pomůckou lze pracovat např.:

- jako s číselnou osou – děti hledají číslice a pak je umisťují na správná místa;
- jako s předlohou pro pojetí kardinálního a ordinálního čísla – na čtverce, kde je umístěná číslice, děti modelují z kostek počet a jejich uspořádání (většinou začínají tvary čísel na kostičce pro Člověče, nezlob se, ale od čísla sedm již plně zapojují fantazii a praktičnost uspořádání kostek);
- jako s pomůckou pro výuku operace sčítání a odečítání – děti např. příklad  $2 + 6$  demonstrují krokováním z čísla dvě – šest kroků a výsledek si přečtou pod sebou, stejný postup také u odečítání;

<sup>2</sup> Waldorfská pedagogika v ČR: Základní školy a třídy.

- jako s pomůckou pro vyvozování pojmu nula – děti postupně od desítky přikládají počet předmětů podle číslice ve čtverci (dostanou jich v pytlíčku 55) – intuitivně dojdou k políčku, kde není číslo, a také jim nezbyde žádný předmět
- jako s pomůckou pro práci se šípkami – šipkové počítání;
- lze kombinovat s hodem kostkou pro zpestření;
- číslice lze dobře využít i pro nácvik správných tvarů při psaní, při modelování číslic z hlíny;
- krokovací pás a práce s ním vede děti k upevnování správného postavení číslic – pravolevý tvar;
- krokování je přirozeným procesem, který umožňuje dítěti přijmout záporná čísla – schody.



Foto: Lesní klub Svatojánek – krokujeme na výletě.

## Šipkování

Počítání za pomoci předtištěných materiálů, číselné osy nebo krokovacího pásu, figurky z Člověče, nezlob se a také hracích kostek.

Děti postupně hází kostičkou – výborné jsou různé barevné. Jedna barva kostičky se zaznamenává do jedné barvy na formuláři, jiná barva kostičky se zaznamená do odpovídající barvy na formuláři. Kroky se zaznamenávají šípkami. Např. na jedné kostce padne tři, na druhé kostce padne pět.

Varianta a)



Varianta b)



Dalšími možnostmi je přesné určení směru zapisovaných šipek a k nim přiřazené operace. Výborné je, když děti mohou zažít, že úloha má více řešení. Např. úloha vyřeš pomocí tří šipek.

## Stavby

Metoda pomáhající rozvíjet představivost, postup a konstrukci podle předem zadaného plánu. Součástí je také hledání postupu – kroků při známém počátku a konci s určením počtu kroků při výstavbě. Zdrojem prof. Hejný, nakl. Fraus.

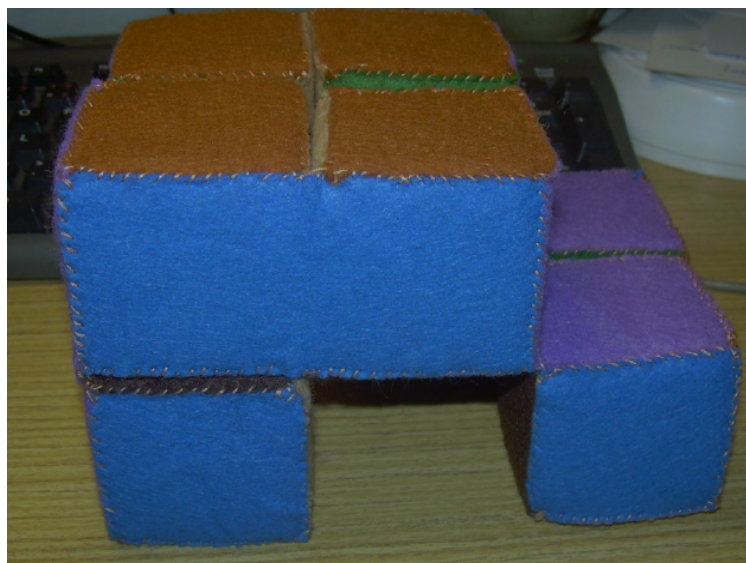
- Dítě staví podle plánu.
- Dítě přiřazuje plán k obrázku stavby.
- Dítě se setkává s pojmem podlaží a počtem kostek pro úplnou stavbu.
- Intuitivně zavádí práce s tabulkou, do které lze zaznamenat počet podlaží a celkový počet krychlí.
- Postupně doplňuje kroky při známé stavbě na počátku a konci.

## Magická krychle

Zdrojem této pomůcky Mgr. Malinová, která mě naučila tuto krychli ušít.

Pomůcka, která pomáhá díky manipulaci lépe pochopit pojem objem a jeho proměnu při přetočení v kvádr. Dítě přímou manipulaci zažívá, jak se z jedné krychle může při zachování počtu malých krychlíček stát jiné těleso.

- Práce s krychlí a její pozorování.
- Práce s plány jako nadstavba staveb jednodušších.



Autor pomůcky: Kateřina Szaffnerová

## Dlaždice

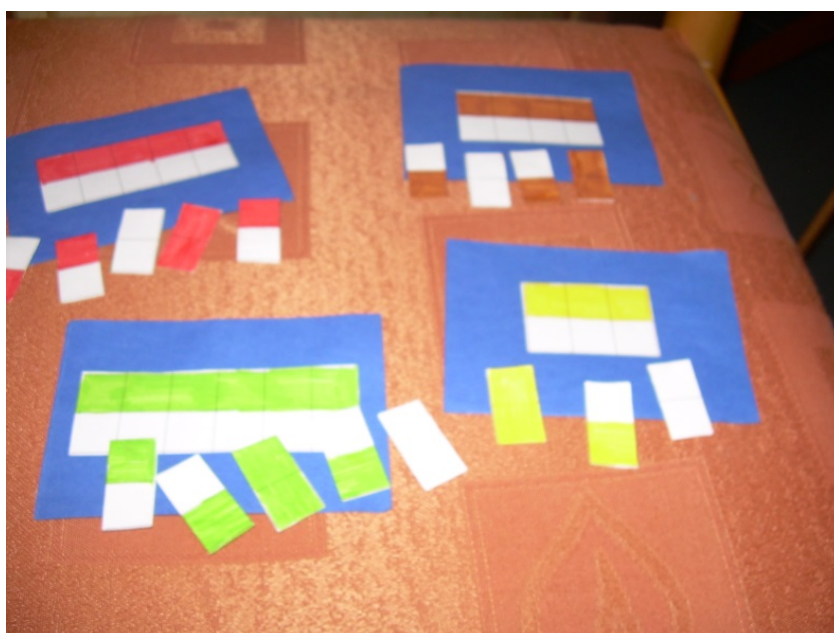
Tato pomůcka je rozpracovanou pomůckou nakladatelství Fraus. Jedná se o skládání dlaždic do předem připravených kobereců s možností diferenciací úlohy podle počtu zadaných dlaždic, podle jejich tvarů a také např. podle originality koberce. Další diferenciací lze nastavit podle velikosti koberce.

- Slož koberec jen z jedné barvy.
- Slož koberec a použij co nejmenší počet dlaždic.
- Slož koberec s co největším počtem dlaždic.
- Vymysli co nejbarevnější koberec.
- Vymysli koberec se svým sousedem tak, aby vaše koberce k sobě pasovaly.
  - Tato aktivita dává možnost zažít, že ve skupině je práce veselejší a zábavnější. Děti mohou v průběhu zakreslovat do předem připravených čtvercových sítí, a tak procvičovat základní počítání a pojem čísla jako čísla kardinálního. Přírozenou cestou se také seznamují s pojmem plocha.



Autor pomůcky: Kateřina Szaffnerová, inspirace nakl. Fraus

Varianta jednodušší, zajímavá. Předškolní děti zvládaly mnohem lépe než školní.



Autor pomůcky: Kateřina Szaffnerová, inspirace prof. Hejný



## Sirky

Tato pomůcka navazuje na práci s dlaždicemi. Děti modelují ze sirek nejprve základní geometrické útvary, později konstruují tvary, které mají vyznačenou čtvercovou síť.

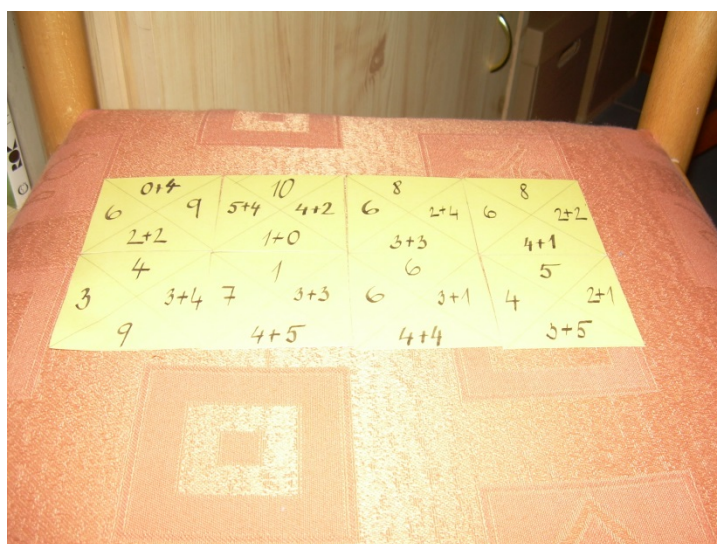
- Sestroj čtverec ze čtyř sirek.
- Kolik sirek musíš přidat, abys sestrojil čtverce dva?
- Konstrukce podle předlohy.
- Různé kombinace obdélník + čtverec, kdy je zvýrazněná jen část bez čtvercové sítě.
- Varianty úloh typu – Kolik sirek musím ubrat/přidat, abych dostala čtverec...



Autor pomůcky: Kateřina Szaffnerová, inspirace prof. Hejný a prof. Kuřina.

## Čtvercová skládanka

Tuto skládanku jsem poprvé viděla u Mgr. Malinové. Jedná se o velmi snadno vyrobiteľnou pomůcku. I přes snadnou výrobu dětem umožní spočítat příklady – vcelku velký počet – a přitom ještě řešit jiný problém. Diferenciaci této úlohy můžeme provést např. větším počtem čtverců (ztížení) či zvýrazněním okrajů (zjednodušení – pro první práci). Osvědčilo se mi zeptat se dětí: „A co když nebudou ve čtvercích čísla?“ Nápady se jen hrnuly. Další možností je práce na stejném principu jen s jinými geometrickými tvary.

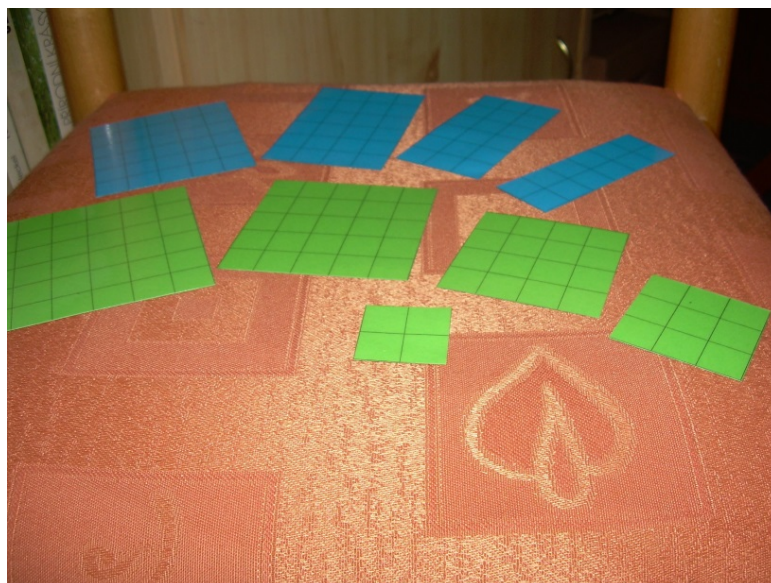


Autor pomůcky: Kateřina Szaffnerová, inspirace Mgr. Malinová

## Čtverec nebo obdélník a kamarádi pravoúhlé trojúhelníky

Tuto pomůcku jsem vyrobila pro ujasnění pojmů čtverec a obdélník. Je to sada čtverců a obdélníků, na kterých je ponechána čtvercová síť. Velikost geometrických tvarů je volena tak, aby i „zkušený“ žák musel přepočítat nebo přiložením ověřit, který tvar je větší a který menší.

- Další možné použití pro nácvik výpočtů obsahů a obvodů.
- Možné kombinovat s modelováním pomocí sirek.
- Nácvik vlastností daných geometrických tvarů.



Autor pomůcky: Kateřina Szaffnerová

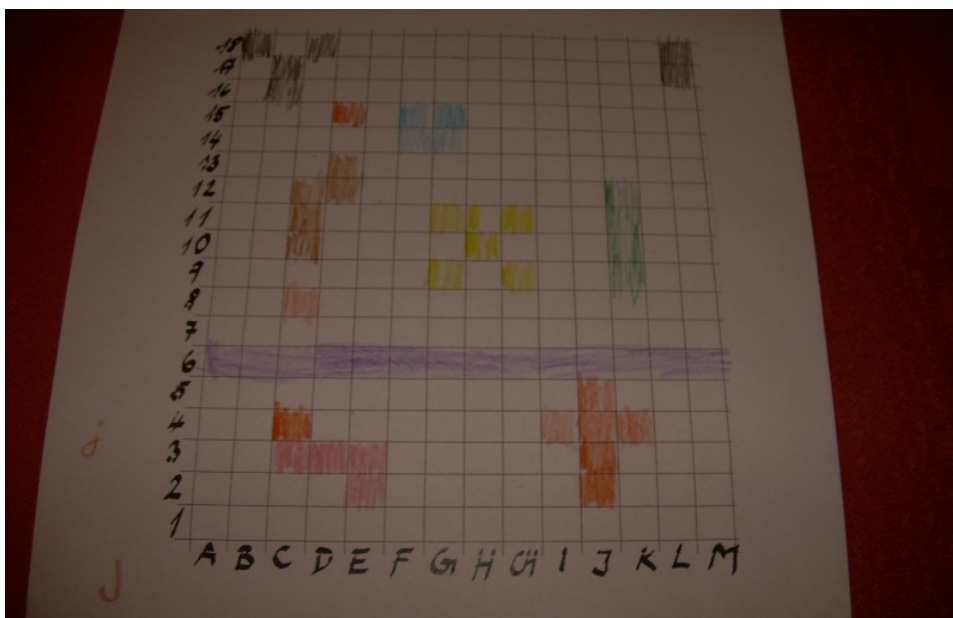
## Počítací karty se samokontrolou

Jednoduché karty, převzaté z Montessori systému, kdy dítě píše na papír výsledky, po otočení kartičky si je samo kontroluje. Jelikož se dlouhodobě věnuji waldorfské pedagogice, snažím se vždy počítáním zaujmout. Děti sice velmi rychle objeví kouzlo v příkladech, často pak již ke konci výsledek odvozují jen od pravidla, ale jejich radost z práce je pak mnohonásobně větší.

## Čtvercová síť

Čtvercovou síť lze uchopit jako přípravu na práci s osami x a y. Vyzkoušela jsem tuto práci již s předškolními dětmi a plně zvládaly.

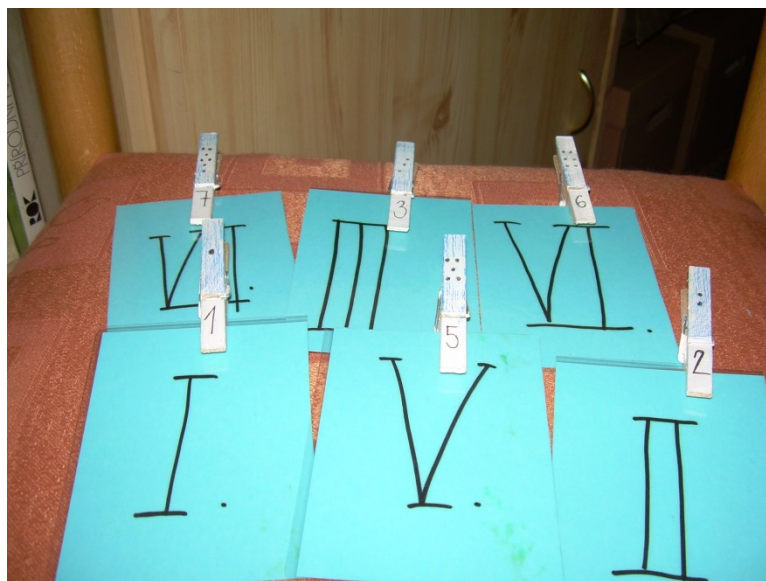
- Zakreslování podle diktátu.
- Po pochopení děti diktují samy, úplně samy začaly vymýšlet ze čtverců tvary.
- U jednodušší varianty lze házet kostičkami – čísla a tvary – šestistěnka, desetistěnka a dvacetistěnka + varianty s barvami a obrázky.
- Lze vyhodnotit spočítáním, kolikrát které číslo padlo, mi např. vynásobily s hodnotou a sečetli (procvičení násobilky a sčítání).
- Umožňuje plynulý přechod k práci s grafy.



## Kouzelné kolíčky

Kolíčky natřené latexem jsou schopné na sobě uchovat jak čísla v pojetí ordinálním, tak kardinálním. Děti s nimi rády manipulují a přiřazují číslice k odpovídající množině.

- Práce s číselnou osou.
- Práce s příklady na kartičkách.
- Kombinace s římskými čísly.

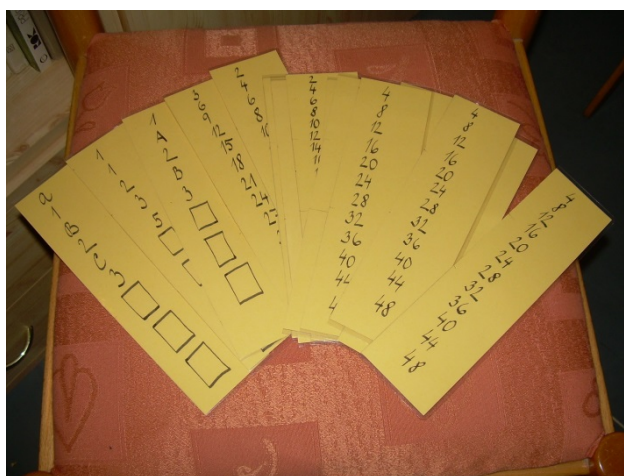


Autor pomůcky: Kateřina Szaffnerová, námět – prvopočáteční počítání ve waldorfských školách.

## Číselné řady a posloupnosti

Děti velmi rády odhalují tajemství. Posloupnosti jakéhokoliv druhu navozují radost z objevování a mohou být nenásilnou formou učení se potřebným paměťovým informacím, např. násobilce.

Autor: Kateřina Szaffnerová

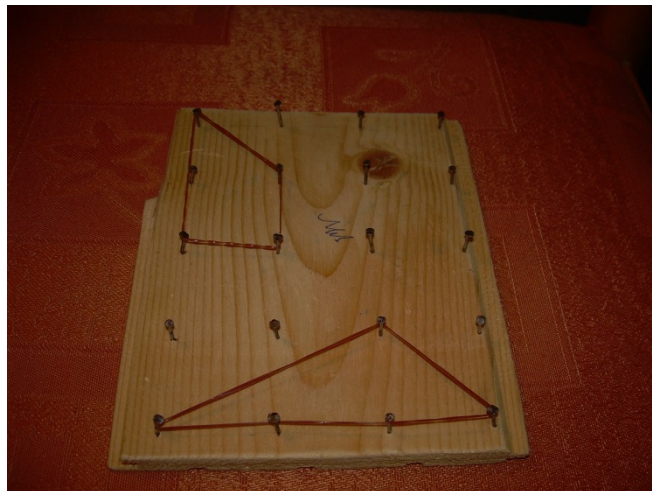


## Geodeska

Pomůcka, která se dá zakoupit v malém provedení v nakladatelství Fraus. My jsme si ji vyrobili sami. Také jsme zvolili větší formát. Náměty pro práci:

- Vymodeluj pravidelný čtyřúhelník.
- Vyzkoušej, kolik čtverců lze na desce vymodelovat.
- Vymodeluj zajímavý obrázek.
- Pomůcku lze využít pro ukázkou výpočtů obvodů a obsahů, také osově souměrnosti.

Autor: Kateřina Szaffnerová



**Vmyslete obdobu pomůcky nebo její jiné využití**

práce ve skupinách



## Literatura

- MAŇÁK, J. *Cesty pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2004. ISBN 80-7315-078-6.
- HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-397-0.
- JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 10. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.
- PECINA, P. *Tvořivost ve vzdělání žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 2008. ISBN 978-80-210-4551-4
- KÖNIGOVÁ, M. *Tvořivost: techniky a cvičení*. Praha: Grada Publishing, 2007. ISBN 80-247-1652-6.
- Waldorfská pedagogika v ČR: Základní školy a třídy* [online]. Spolek rodičů pro založení waldorfské školy, dostupné z <http://www.iwaldorf.cz/skoly.php?menu=sko-vse>
- PRŮCHA, J. *Moderní pedagogika*. Praha: Portál, 1997. ISBN 80-7178-170-3.
- SVOBODOVÁ, J., JŮVA, V. *Alternativní školy*. Brno: Paido, 1995. ISBN 80-85931-00-1.
- PRŮCHA, J. *Alternativní školy a inovace ve vzdělávání*. Praha: Portál, 2004. ISBN 80-7178-977-1.
- KALHOUS, Z., OBST, V. *Školní didaktika*, Praha: Portál 2002. ISBN. 80-7178-253-X
- KASLOVÁ, M. *Předmatické činnosti pro předškolní vzdělávání*. Praha: Raabe, 2010. ISBN 978-80-86307-96-1.
- KOŘÁNOVÁ, P. *Činnosti zaměřené na rozvoj předmatických kompetencí dětí – závislosti a pravidelnosti*. [seminární práce] Plzeň: FPE ZČU v Plzni, 2012.
- MELICHAR, J., SVOBODA, J. *Rozvoj matematického myšlení I*. Usti nad Labem: UJEP, 2003.
- ZELINKOVÁ, O. *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program*. 2.vyd. Praha: Portál, 2007. ISBN 978-80-7367-326-0.
- Písemný podklad ke kurzu základní znalosti Montessori pedagogiky*, kurz konaný v Děčíně květen –červen 2011 společnosti Pro rodinu o.p.s.  
<http://www.montessoricr.cz/principy-montessori-pedagogiky/> březen 2014.

## 5 Další metody rozvoje kognice



Znáte některé přístupy k výuce matematiky? Mění se přístup k matematice v nedávné historii?



Hra je běžnou součástí činnosti dětí v MŠ. Zkuste charakterizovat znaky této činnosti.



Hru zařazujeme v MŠ často. Kdy necháme hrát děti bezděčně, kdy má hra učitelem stanovený cíl?





## Osnova kapitoly

- 5.1 Hra, didaktická hra
- 5.2 Kladení otázek
- 5.3 Práce s chybou
- 5.4 Heuristika, objevování
- 5.5 Divergentní myšlení



### Cíle kapitoly

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- charakterizovat hru, poznat hru bezděčnou a didaktickou;
- vytvářet a organizovat hru s cílem budování matematických představ;
- používat techniky rozvíjející matematické a logické myšlení;
- vytvářet aplikace pro rozvoj matematického a logického myšlení;



### 8 hodin

#### 5.1 Hra, didaktická hra

*„U člověka je hra jedna ze základních forem činností (vedle práce a učení), pro niž je charakteristické, že je to svobodně volená aktivita, která nesleduje zvláštní účel, ale cíl a hodnotu má sama v sobě.“ (Maňák, Švec 2003)*

**Hra je pro děti jednou z nejdůležitějších činností vůbec. Dítě pomocí hry získává kompetence, které využívá v dalším životě.**

- Učí se smyslovému vnímání;
- poznává okolní svět;
- poznává samo sebe;
- učí se přijímat pravidla a vzorce chování;
- učí se řešit problémy;
- přijímá myšlenkové postupy, upevňuje si je;
- vytváří emoční vzorce, principy mezilidských vztahů;
- je způsobem seberealizace a učí sebehodnocení.

Z hlediska neurologie můžeme hru považovat za vytváření synapsí mezi neurony, které fungují nadále jako naučené cesty spojení neuronů, což je vlastně výsledek procesu učení. Hra je později a postupně nahrazována prací, v dospělosti u značného počtu jedinců potřeba hry zaniká.

U žáků předškolního, mladšího školního věku a staršího školního věku však tuto potřebu najdeme, ti navrženou hru vesměs přijímají. Problémem v současné době je, že potřebu dětí hrát si ovládly komerční společnosti a produkují jednu hru za druhou. Zvláště elektronické hry jsou založeny především na soutěživosti a konkurenčním boji. Hra bez vítěze není zajímavá. Přijímání jisté dávky soutěže je jistě žádoucí, ale hra by měla rozvíjet i kooperativní složku osobnosti, kreativitu, estetické a kognitivní kompetence.

### **Znaky dětské hry (Kořátková 2013)**

- spontánnost
- hluboká soustředěnost
- radost a uspokojení
- tvořivost
- fantazie
- chuť k opakování
- přijetí role (žití se do nejrůznějších rolí, přijetí vnějších znaků postavy)

Hra je slovy Kořátkové nezpochybnitelnou součástí života dítěte předškolního věku, a proto by měla mít své **místo** také **v organizaci režimu dne** (Kořátková 2013)

Didaktická hra je takovou seberealizační aktivitou jedinců, která svobodnou volbu, uplatňování zájmů, spontánnost a uvolnění přizpůsobuje pedagogickým cílům.

Ve školní matematice je prostor pro didaktickou hru výrazný. Například stolové hry (šachy, go, logik) rozvíjejí stejný aspekt myšlení jako matematika. Vhodné jsou hry typu Myslím si číslo či grafické hry typu piškvorek, hra Nim (mnoho variant, např. odebírání 0, 1, 2 sirek), řešení hádanek atd.). Do výuky můžeme zařadit i strategické hry či objevování principu – vítězné strategie jednodušší hry. Tyto hry lze jistě aplikovat i u předškoláků.

### **Vlastnosti didaktických her v matematice**

Jaká by správná didaktická hra měla být, shrnuje Krejčová:

- Hra má být pro děti přitažlivá, lákavá.
- Hra má přihlížet k věkovým zvláštnostem dětí.
- Hra má vycházet ze vzdělávacího cíle hodiny.
- Hra má mít jasná a srozumitelná pravidla.
- Hra má oslovovat co nejvíce dětí.
- Hra má naplňovat přirozenou touhu být úspěšný.
- Hra má zaměstnávat co nejvíce smyslů.



### Hra Nim

Pojďme si zahrát hru: Na stole je 23 sirek, oba hráči mohou odebrat 1, 2 nebo 3 sirky. Hráči se střídají, komu zbude poslední sirka, prohrává. Vymyslete strategii hry. Je výhodné začínat?

## 5.2 Kladení otázek

V současné době můžeme mluvit o informační nebo memové explozi. Máme opačný problém než učitelé a žáci (dospělí a děti) ještě před 50 lety. Informace máme, problémem je získat jen tu, kterou potřebujeme, pravdivou a neobalenou do množství informačního balastu. A toho můžeme docílit dobře formulovanou otázkou – ať již položenou člověku, o kterém víme, že zná správnou odpověď, či například stroji pomocí vhodně zvoleného klíčového slova zadaného do vyhledávače (i to je vlastně otázka).

Jaké jsou důvody kladení otázek? Podle předchozího textu – abych se dozvěděl/a něco, co nevím. Ve škole to takto ale nefunguje. Kladení otázek učitelem žákovi slouží především k ověření, zda žák zná to, co ho učitel před časem učil, v lepším případě, zda porozuměl tomu, co mu učitel vysvětlil. Jde tedy o zpětnou vazbu, což je nástroj pro hodnocení žáka. Podle výzkumů někteří učitelé dokážou položit ve svém pracovním dnu až 300 otázek, tedy přibližně jednu otázku za minutu.

Srovnajme situaci dětí předškolního a mladšího školního věku (ti se ptají vždy a všude) a studentů VŠ či dospělých např. při odborné přednášce. Zde se bojí každý zeptat, protože by mohl odhalit svoji neznalost. Zvědavost se v určitém věku již nenosí.

Metoda kladení otázek žáky se dá využít i v předškolním vzdělávání a i při budování matematických představ. Klasická hra připouští otázky, na které je možno odpovídat ano/ne, např. Myslím si číslo, myslím si jméno, barvu, tvar, ... Začnou padat otázky typu Je to pět?, po čase však zvědavější děti budou klást otázky typu Je číslo menší než...?

Umožníme i neexaktní otázky typu Kdybyste byla geometrickým tvarem, byla byste... Proč? Co by se stalo, kdyby...  $1+1 = 3$ . Můžeme například položit před žáky model geometrického tvaru a vyzvat je, aby vytvořili co nejvíce otázek k tomuto modelu. Můžeme pak na otázky odpovídat nebo vyhodnotit nejlepší tři.



### Efektivita otázek

Na kolik otázek typu ano/ne jste schopni zcela jistě zjistit den narození svého kolegy během roku (bez letopočtu)?

práce ve dvojicích

## 5.3 Práce s chybou

Chybovat je lidské, chybami se člověk učí. Tato přísloví jsou známá, ale ne vždy se jimi v pedagogickém procesu řídíme. Chyba je v počátcích učení zákonitý jev, k jejímu odstranění dochází až při automatizaci činnosti. Pokud dochází k chybám v procesu učení, je chyba neutrálním, někdy pozitivním jevem. Problém je, když chyba není odhalena, nepracuje se s ní a dochází k upevnění chybných kognitivních procesů.

Celá naše společnost má chybu zakořeněnou jako něco hrozného, i my se bojíme udělat před žáky chybu, byla by to ostuda. Určitě nechceme vychovávat chybuující chirurgy či řídicí pracovníky letového provozu, na druhou stranu bychom neměli do hodnocení chybuujícího žáka vnášet osobní hledisko a negativní emoce.

Chyba je definována jako nepřipustná odlišnost od optimálního řešení, tedy odlišná interpretace skutečností od vzorového stavu řešení problému. Po odhalení chyby je potřeba určit, v čem chyba spočívá, proč k ní došlo. Místo vnímání chyby jako nežádoucího jevu můžeme chybu žáka uchopit jako výzvu k rozvoji jeho myšlení. Chyba, kterou žák prezentuje ve skupině dětí, se stává příležitostí pro vysvětlení učiva i ostatním spolužákům. Úlohou učitele je pomoci žákovi z chyb se poučit.

**Vyhledávání chyby.** Může jít o zpětnou kontrolu vlastní práce, může jít o kontrolu práce spolužáka v lavici. Může jít i o cvičení, kdy v množství správných výsledků je jeden špatný a děti ho mají odhalit. U nadanějších žáků můžeme použít i odhalování logické chyby v algoritmu myšlení.

**Určení typu chyby.** U určování typu chyby hodnotíme chybu z hlediska závažnosti (malá/velká), jak k chybě došlo (nepozornost, špatné naučení algoritmu, nepochopení učiva či nelogické myšlenkové operace) a v jaké četnosti se chyba ve skupině vyskytuje.

**Vysvětlení chyby.** Tento postup můžeme chápat dvojitým způsobem:

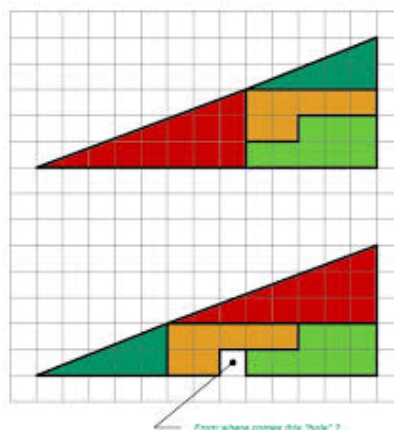
- Určení principu chyby – v čem spočívá, co se udělalo špatně.
- Určení důvodu, proč k chybě žáka došlo – nepochopení učiva, špatná domácí příprava, styl učení, osobní problém – to řeší konkrétní žák společně s učitelem.

**Náprava chyby.** Cílem nápravy není jen odstranění chyby, ale to, aby se chyba stejného typu již neopakovala.

Při budování matematických představ je prostor pro práci s chybou veliký. Je možné tvořit úlohy, kde se vyskytuje chyba, žáci ji odhalují, vysvětlují a navrhnou správné řešení.

Cvičení: Úkol: Zjistěte a vysvětlete, kam se ztratil čtvereček.

práce ve dvojicích



## 5.4 Heuristika, objevování

Heuristika (z řec. heuréka = objevil jsem, našel jsem) je věda zkoumající tvůrčí myšlení, také heuristickou činnost, tj. způsob řešení problémů. Za heuristické metody se považují ty, které nevycházejí ze znalosti konkrétního, přesně daného algoritmu, ale které jsou ve své podstatě pouze odhady.

Heuristické řešení úlohy je často založeno na intuici, zkušenosti nebo selském rozumu. Na základě heuristické metody se rozvíjí metoda pokusu a omylu, kdy jedinec své výsledky často pouze odhaduje na základě intuice. Výhodou heuristiky je, že dochází k postupnému zlepšování prvního odhadu a tato metoda je univerzálně použitelná. Nevýhodou je, že zpravidla tímto způsobem nezískáme přesné nebo nejlepší řešení.

Objevování se v procesu učení vyskytovalo vždy, naše zrychlená doba dbala do nedávna na předávání hotových informací, hlavně aby se toho stihlo hodně. V poslední době si však uvědomujeme, že právě tvořivé (hravé) osobnosti posouvají poznání za jeho současné hranice. Ziskem těchto metod je hlubší, silnější poznatek než při transmisivním vyučování, kvalitnější myšlenkové operace žáka a hlavně radost z objevu, z poznání. Učitel při využití těchto metod poznatky žákům nesděljuje, jen usměřňuje jejich činnost, „svítí jim na cestu“. Obecné principy konstruktivismu, který je na objevování založen, rozvíjejí mnozí pedagogové (již je vytvořen konkrétní systém výuky až na úroveň výukových jednotek).



### Logická úloha

V hořícím domě je skupina přátel, chce se dostat za každou cenu ven, neboť dům za 12 minut spadne. Musí proběhnout chodbou, která je celá v plamenech. Pokud skrze ní chce někdo projít, musí mít u sebe hasící přístroj a plameny alespoň trochu krotit. Problém je, že přátelé mají jen jeden. Chodbou mohou jít zároveň maximálně dva lidé. Pak se někdo musí vrátit s přístrojem a mohou jít další dva.

Mezi přáteli je jeden hasič, který se v plamenech pohybuje běžně, a tak dokáže chodbou proběhnout během minuty. Jeho nejlepší kamarád, taky docela korba, proběhne za minuty dvě. Pak je tam ještě jeden starší pán, kterému to trvá čtyři minuty, a ožrala, který se bude chodbou motat pět minut. Pokud jde dvojice, pohybuje se rychlostí pomalejšího. Jak budou postupovat, aby se dostali ven do 12 minut, než dům spadne?

## 5.5 Divergentní myšlení

Člověk vnímá skutečnost pomocí smyslového poznání. Podnět zrakového, sluchového, čichového či hmatového charakteru je mozkiem přijímán jako obraz reality, který je přeměněn v určitý symbol. Jestliže mozek pracuje již s těmito symboly, tento proces je nazýván myšlení. Myšlení pracuje s konkrétními symboly (tento černý svetr) nebo si vytváří zástupce podobných symbolů, vzniká abstraktní pojem – např. pes

(všechna podobná zvířata se specifickými vlastnostmi). Myšlení můžeme dělit na konvergentní a divergentní.

Konvergentní neboli sbíhavé myšlení směřuje k jednomu cíli, k vyřešení problému. V matematice i ve školní matematice je konvergentní myšlení dominantní. Většina úloh směřuje k jednomu správnému řešení, postupujeme algoritmicky s využitím logických úprav (například řešení rovnice nebo konstrukce geometrického útvaru).

Divergentní (rozbíhavé) myšlení směřuje k většímu počtu řešení, asociací či nápadů. V matematice je využíváno jen zřídka (úlohy o neurčitosti, diofantovské rovnice). Divergentní myšlení využívá především kreativitu. Divergentní úlohy jsou v matematice využívány bohužel málo.

Konvergentní řešení rozvíjí především vnímání, koncentraci, rozlišování, analýzu, ale i syntézu, dedukci a indukci, využívání informací, schopnost definování, úsudků, logiky.

Divergentní myšlení rozvíjí hravost, fantazii, tvořivost, schopnost objevovat, hledat alternativy a ovlivňující faktory, originalitu.

Konvergentní myšlení je z hlediska kognitivní psychologie daleko více prozkoumané než myšlení divergentní. Je založeno na algoritmizaci procesu řešení problému, tedy na synapsích v neuronové síti. Jak funguje divergentní myšlení, nevíme, do vzniku nápadu se zapojuje intuice, dochází k procesu vhledu.

Divergentní myšlení, nápaditost, tvořivost, originalita jsou ve škole obecně velice málo rozvíjeny. Úlohy na divergenci myšlení jsou úlohy typu:

- uveď všechny způsoby použití...
- uveď všechny faktory, které ovlivňují...
- uveď všechna rizika, výhody a nevýhody,
- co nejvíce slov začínajících...
- co nejvíce vět, které by mohl říct...



### **Tvořivost**

Najděte co nejvíce nestandardních využití sponky do vlasů.

práce v malých skupinách

V matematice můžeme divergentnost rozvíjet pomocí úloh s neurčitým řešením typu: Kolika dvoukorunami a kolika pětikorunami mohu zaplatit 31 Kč? Na ciferníku vyznačte všechny body tak, aby tvořily čtverec.



## Literatura

- FISCHER, R. *Učíme děti myslet a učit se*. Praha: Portál, 1997. ISBN 80-7178-120-7.
- BUZAN, T. *Mentální mapování*. Praha: Portál, 2005. ISBN 978-80-7367-200-3.
- SITNÁ, D. *Metody aktivního vyučování*. Praha: Portál 2009. ISBN 978-80-7367-246-1.
- MAŇÁK, J., ŠVEC, V. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.
- PRŮCHA, J., KOŤÁTKOVÁ S: *Předškolní pedagogika*, Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0495-4
- VALIŠOVÁ, A., KASÍKOVÁ, H. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2010. ISBN 978-80-247-3357-9
- PETTY, G. *Moderní vyučování*. Praha: Portál, 2008. ISBN 978-80-7367-427.
- HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-397-0.
- JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 10. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.
- POLYA, G. *How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*, Princeton, NJ: Princeton University Press. ISBN 0-691-02356-5.
- KAHNEMAN, D. *Judgement under Uncertainty: Heuristics & Biases*. Cambridge, UK, Cambridge University Press, 1982. ISBN 0-521-28414-7.
- PECINA, P. *Tvořivost ve vzdělání žáků*, 1. Vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2008, 99 s., ISBN 978-80-210-4551-4.
- KÖNIGOVÁ, M. *Tvořivost: techniky a cvičení*. Praha: Grada Publishing, 2007. ISBN 80-247-1652-6.
- KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti pro předškolní vzdělávání*. Praha: Raabe, 2010. ISBN 978-80-86307-96-1.
- KOŘÁNOVÁ, P. *Činnosti zaměřené na rozvoj předmatematických kompetencí dětí – závislosti a pravidelnosti*. [seminární práce] Plzeň: FPE ZČU v Plzni, 2012.
- MELICHAR, J., SVOBODA, J. *Rozvoj matematického myšlení I*. Ustí nad Labem: UJEP, 2003.
- PRŮCHA, J. *Moderní pedagogika*. Praha: Portál, 1997. ISBN 80-7178-170-3.
- PRŮCHA, J. *Přehled pedagogiky*. Praha: Portál, 2000. ISBN 80-7178-399-4.
- SMOLÍKOVÁ, K. *Rámcový program pro předškolní vzdělávání*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2004.
- SVOBODOVÁ, E. *Vzdělávání v mateřské škole. Školní a třídní vzdělávací program*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-774-9.